

## Tema X

# Visualización standard: obtención de la imagen vectorial

Ricardo Ramos

Colaboradores:

Juan Manuel Raja Fernández, Luis Jiménez de la Fuente, Alberto Gómez Vicente, Ignacio Coloma González, Agustín Llana Pidal

En este tema se ven los primeros pasos que se han de dar para generar imágenes mediante el método standard, a partir de **modelos de fronteras poliédricos**. Por lo tanto, estudiaremos todo lo concerniente a la generación de la imagen vectorial, como los cambios de referencia, las proyecciones en el plano más interesantes, el recortado de polígonos (clipping) y los sistemas visuales.

## 1. Introducción

Según vimos en el primer tema, en el *rendering standard* hay dos etapas principales:

*Obtención de la imagen vectorial* a partir del modelo 3D definido en el espacio continuo.

*Discretización (rasterización) y pintado de la imagen vectorial* para obtener la imagen discreta (raster).

Cualquiera que sea el método de visualización aplicado, el paso previo a la obtención de las imágenes es siempre el de colocar convenientemente los elementos del escenario (objetos, visor y fuentes) en un espacio de referencia común, al que hemos llamado **Sistema Universal de Referencia (SUR)**. Excepto las fuentes puntuales, normalmente los demás elementos del escenario poseen su propio sistema de referencia, siendo el **SRV** el Sistema de Referencia del Visor, y el **SRO** el Sistema de Referencia de los Objetos.

A menudo, las características del sistema de referencia general (SUR) y de los sistemas locales coinciden, aunque también es frecuente que la orientación del SRV sea opuesta a la del SUR. Por ejemplo, en la figura 1 vemos un SUR con orientación hacia la izquierda<sup>1</sup>, y un SRV con orientación hacia la derecha.

---

<sup>1</sup> Mirando hacia el origen a lo largo del eje X, el eje Z queda hacia la izquierda. Desde luego, este no es el único criterio para establecer la orientación de los sistemas de referencia.

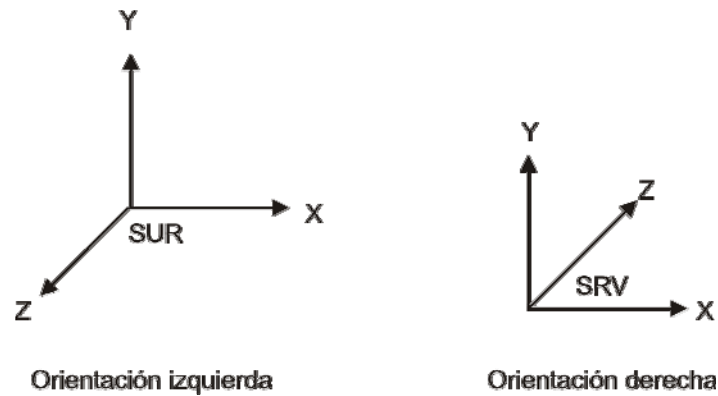


figura 1: sistemas de referencia ortogonales con orientación opuesta

En nuestro caso, la orientación que establecemos para el SUR y el SRV es la indicada en la figura de arriba. Con respecto a las características restantes de los visores utilizados en el rendering estándar, son las mismas que las descritas para los visores empleados en ray casting y ray tracing:

- \* El punto de proyección (PP) se encuentra en el origen de coordenadas ( $O_v$ ) del SRV.
- \* El eje  $Z_v$ , es el eje de enfoque del visor.
- \*  $Z_v$  es perpendicular al plano visual (PV), el cual se encuentra a una distancia “d” del origen de coordenadas ( $O_v$ ).

La figura 2 muestra un visor típico.

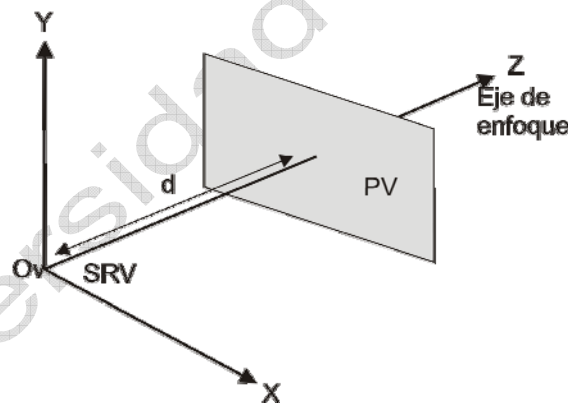


figura 2: características del visor

Como vemos, los elementos de visualización y los conceptos geométricos utilizados en el *renderizado estándar* son los mismos que los que intervienen en *ray tracing*.

## 2. Generación de la imagen vectorial

Generar la imagen vectorial consiste en *proyectar sobre el plano visual los puntos significativos del modelo 3D que son visibles por el observador*<sup>2</sup>. En el caso de los modelos poliédricos son los vértices de los polígonos los que se

---

<sup>2</sup> El observador o punto de proyección (PP), y el origen del SRV suelen ser la misma cosa

proyectan.

En la generación de la imagen vectorial se han de efectuar cuatro operaciones claramente diferenciadas:

- a) *Filtrar la información* del modelo que no sea útil en la visualización
- b) *Calcular las coordenadas en el SRV de los vértices* del modelo, a partir de sus coordenadas en el SUR (SUR  $\rightarrow$  SRV).
- c) *Determinar los puntos visibles*, es decir, averiguar qué objetos del SRV (o trozos de ellos) están dentro del campo visual del observador.
- d) *Efectuar la proyección en el plano visual de los vértices visibles*, dados en el SRV (SRV  $\rightarrow$  SRPV).

Los procesos anteriores, y en particular a las aplicaciones SUR  $\rightarrow$  SRV y SRV  $\rightarrow$  SRPV, se conocen como *transformaciones visuales*.

Desde el punto de vista geométrico, la diferencia principal entre el proceso de *visualización estándar* y el de *ray casting* está en la ubicación de los puntos (coordenadas) que se han de localizar (incógnitas). Así, en el *renderizado estándar* se conocen las coordenadas de los objetos en el SUR y en el SRV, y se han de localizar las coordenadas en el SRPV mediante *proyecciones*. En cambio, en *ray casting* se conocen las coordenadas en el SRPV y se han de hallar las coordenadas en el SUR correspondientes, mediante el *trazado de rayos*, que viene a ser el proceso inverso de las proyecciones.

## 2.1 Eliminación de las caras traseras (culling)

En la capacidad de generar imágenes en tiempo real es donde un sistema de visualización se la juega. Por lo tanto, éstos no pueden permitirse el lujo de perder el tiempo procesando información visual (polígonos) que más tarde no aparecerán en la imagen final.

Uno de los métodos más simples, baratos y efectivos para filtrar los polígonos no visibles se conoce como **culling**.

Dado un punto de visión, (en un sistema de visualización que utilice la proyección en perspectiva, el punto de visión será el centro de proyección) se averigua si el ángulo formado por la normal al polígono y la línea que va desde el punto de visión a la base de la normal del polígono (*línea de visión*) es menor que  $90^\circ$ . Si es menor, el polígono *podría ser visible*. En caso contrario no lo es.

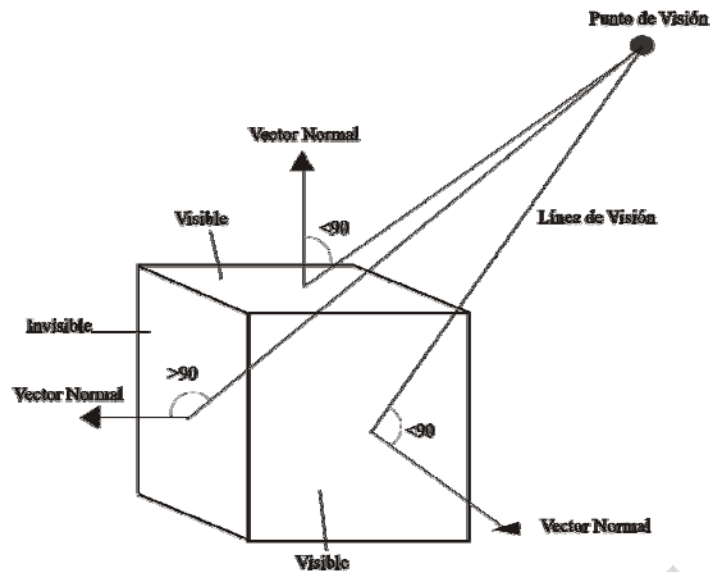


figura 3: culling de los polígonos de un cubo

La figura 3 muestra algunas de las caras de un cubo que podrían ser visibles, y las que seguro no lo serán.

En escenarios complejos, el culling puede llegar a eliminar hasta el 50% de los polígonos presentes en el SUR, lo que implica un gran ahorro de tiempo de cálculo.

## 2.2 Aplicación SUR $\rightarrow$ SRV

Dados  $n$  puntos en el SUR, se han de encontrar las coordenadas de esos mismos puntos en el SRV.

Para comprender mejor el proceso de transformación, se ha de tener presente que si se aplica la misma transformación lineal a un sistema de referencia (SR) y a todos los objetos que contiene, sus posiciones relativas no varían. Esto es cierto tanto si se realizan las transformaciones lineales al sistema de referencia y a los objetos al mismo tiempo, o en tiempos diferentes. Por lo tanto, si primero se ejecutan las transformaciones lineales del SR y después se efectúan las mismas a los objetos, y en el mismo orden, el resultado es igual que si se aplican simultáneamente al SR y a los objetos.

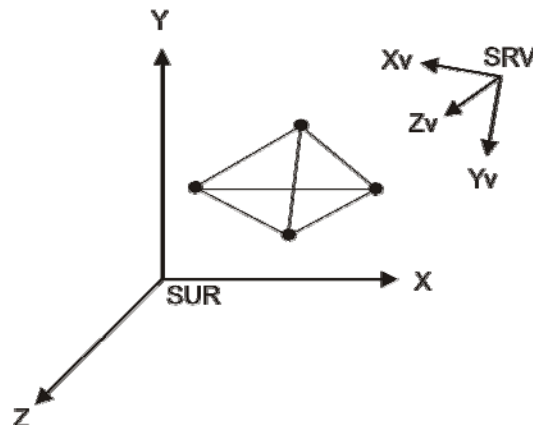


figura 4: Posición inicial de los objetos y del visor en el SUR

Puesto que se conocen las coordenadas en el SUR de los vértices de los poliedros, así como las coordenadas de los puntos significativos del visor (ver la figura 4), los pasos a seguir en el proceso de traspaso de coordenadas del SUR al SRV son los que siguen:

1. Como hemos convenido que el SUR y el SRV tienen distinta orientación, lo primero que se ha de hacer es *cambiar la orientación del SRV*, para que sea igual a la del SUR. Para ello, se ha de cambiar el signo del eje  $Z_v$  del SRV. La matriz que realiza la transformación especular en XY es:

$$Z_s = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Si ambos sistemas de referencia tuvieran inicialmente la misma orientación, esta operación no sería necesaria. El resultado de la multiplicación por  $Z_s$  queda reflejado en la figura 5.

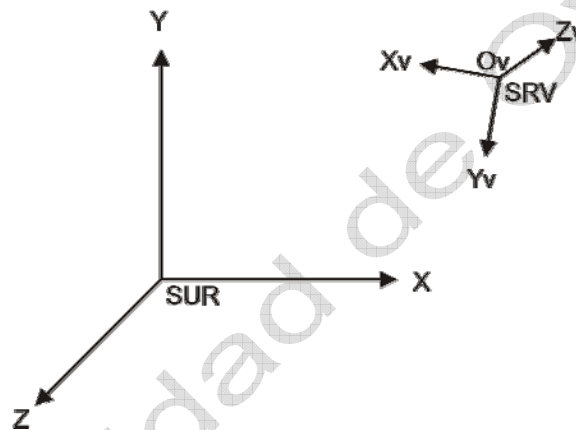


figura 5: cambio de la orientación del SRV

2. Siendo  $(e, f, g)$  las coordenadas del punto  $(O_v)$  en el SUR (o sea,  $O_v = (e, f, g)$ ), se traslada el visor al origen del SUR. La matriz de traslación será:

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -e & -f & -g & 1 \end{bmatrix}$$

El resultado de la traslación se muestra en la figura 6.

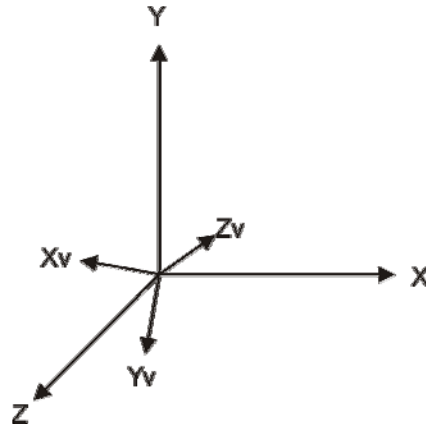


figura 6: traslado del SRV hacia el origen del SUR

3. A continuación, *se alinea el SRV con el SUR*, girando el SRV en X, Y, Z, hasta que queden alineados. Esta operación es similar a la descrita para efectuar el giro de los objetos alrededor de un eje cualquiera. Primero se efectúa el giro en X, un ángulo  $\alpha$  ( $R_x(\alpha)$ ); a continuación, se gira en Y ( $R_y(-\beta)$ ), y por último se gira en Z ( $R_z(-\gamma)$ ). El resultado de cada giro se puede ver en la figura 7.

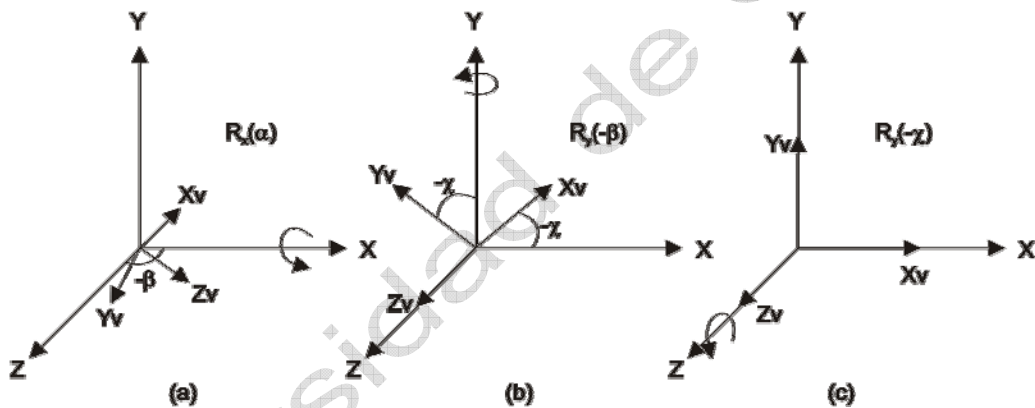


figura 7: alineación del SRV con el SUR

Cuando finalice el último giro, el SRV estará alineado y centrado con el SUR. La secuencia de transformaciones realizadas podemos expresarla en una matriz neta como sigue:

ec. 1

$$\mathbf{Mv} = \mathbf{Zs} \cdot \mathbf{T} \cdot \mathbf{R}_x(\alpha) \cdot \mathbf{R}_y(-\beta) \cdot \mathbf{R}_z(-\gamma)$$

4. Antes de efectuar las transformaciones lineales sobre el visor, los objetos tenían unas posiciones relativas concretas, aunque desconocidas, con respecto al SRV, que cambiaron al mover el visor. Si ahora se aplican las mismas transformaciones, y en el mismo orden, sobre los objetos, según el principio mencionado arriba, *éstos volverán a tener las mismas posiciones relativas iniciales con respecto al SRV*. Sin embargo, dado que ahora el SUR y el SRV se encuentran centrados y alineados, *las nuevas coordenadas de los vértices de los objetos (conocidas), obtenidas al multiplicar por  $\mathbf{Mv}$ , serán iguales a las coordenadas iniciales (desconocidas) de los objetos con respecto al SRV*, que es el resultado buscado.

Lo anterior, expresado matemáticamente, queda como sigue:

ec. 2

$$(x, y, z, 1)_{SRV} = (x, y, z, 1)_{SUR} \cdot \mathbf{Mv}$$

En definitiva, *multiplicando cada vértice de los objetos en el SUR por  $\mathbf{Mv}$ , se efectúa la aplicación  $SUR \rightarrow SRV$ .*

## 2.3 Aplicación $SRV \rightarrow SRPV$

En la segunda fase de la obtención de la imagen vectorial, *se han de encontrar los vértices del SRV que caen dentro del campo de visión del observador.* Sin embargo, los métodos utilizados para determinar estos puntos dependen del tipo de proyección que se utilice, por lo que primero veremos las diferentes posibilidades de efectuar la proyección.

Así, suponiendo que se conocen los vértices visibles, el siguiente paso para determinar la imagen vectorial consiste en proyectar los vértices, referenciados en el SRV, sobre la *superficie de proyección*. Dado que las pantallas suelen ser bidimensionales y planas (y por lo tanto también la superficie de proyección), nos limitaremos al estudio de las *proyecciones geométricas planares*, y dentro de éstas, sólo veremos las más interesantes para la visualización standard. Al ser plana la superficie de proyección, la llamaremos **Sistema de Referencia del Plano Visual (SRPV)**, y también **plano de proyección** o simplemente **plano visual**.

### 2.3.1 Proyecciones

Básicamente hay dos métodos para proyectar objetos tridimensionales sobre una superficie bidimensional: *a)* todos los puntos del objeto se proyectan sobre la superficie bidimensional mediante líneas paralelas, o *b)* la proyección se efectúa mediante líneas que convergen en una posición determinada (que suele denominarse *centro de proyección*). Estos dos métodos, denominados respectivamente **proyección en paralelo** y **proyección en perspectiva**, se pueden observar en la figura 8.

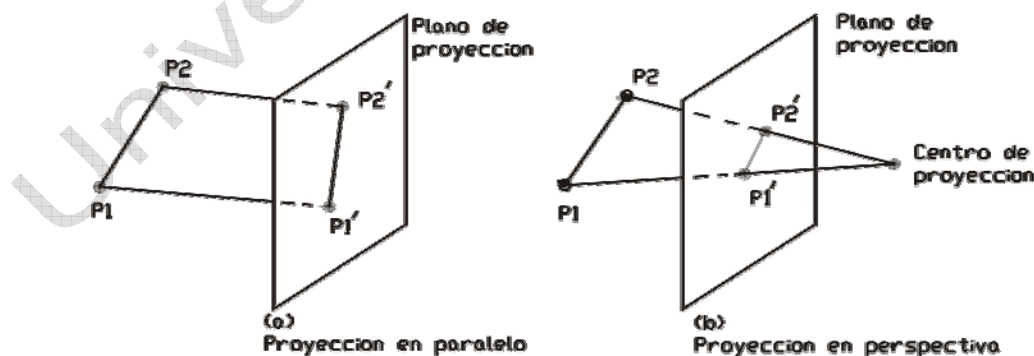


figura 8: proyecciones en paralelo y en perspectiva

En ambos métodos la proyección de un punto del objeto sobre la superficie de proyección *se determina por la intersección de una línea de proyección con dicha superficie*. Lo que varía de un método a otro es la forma de trazar la línea de proyección.

La *proyección en paralelo* conserva las dimensiones relativas de los objetos, por lo que es muy empleada en el dibujo técnico para obtener trazos a escala de objetos tridimensionales. Sin embargo, este tipo de proyección no ofrece una representación realista del aspecto del objeto tridimensional. Por el contrario, *la proyección en perspectiva sí produce aspectos reales*, pero tiene el inconveniente de que no preserva las dimensiones relativas de los objetos, al aparecer mayores las líneas más cercanas al plano de proyección (figura 9).

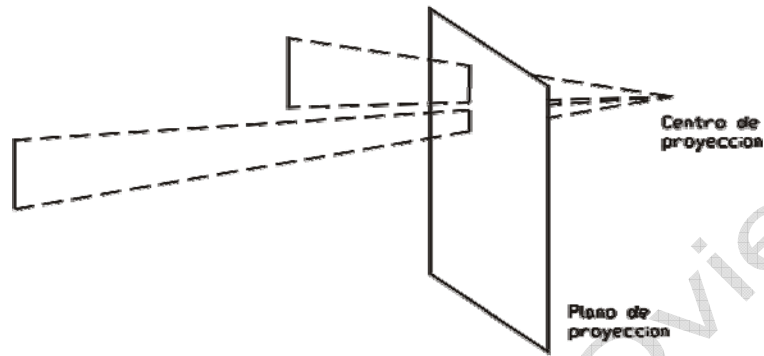


figura 9: proyección de líneas de igual tamaño a distancias diferentes

### A) Proyección en paralelo

En este caso todas las líneas de proyección son paralelas entre sí, o dicho de otro modo, *todas mantienen el mismo ángulo en relación al plano de proyección*. Cuando este ángulo es recto (las líneas de proyección son perpendiculares al plano) se habla de una **proyección ortogonal**. Cuando la proyección no es perpendicular se denomina **proyección oblicua**.

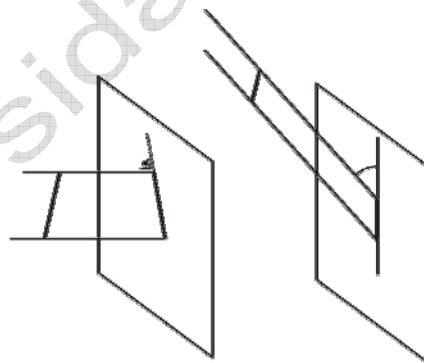


figura 10: proyecciones ortogonal y oblicua

Las proyecciones ortogonales se utilizan habitualmente para obtener las vistas de alzado, planta y perfil de un objeto (figura 11). En los dibujos de ingeniería, en general, son éstas las proyecciones que se utilizan, dado que las longitudes y los ángulos se representan de manera precisa, lo que permite que se puedan medir los trazos.



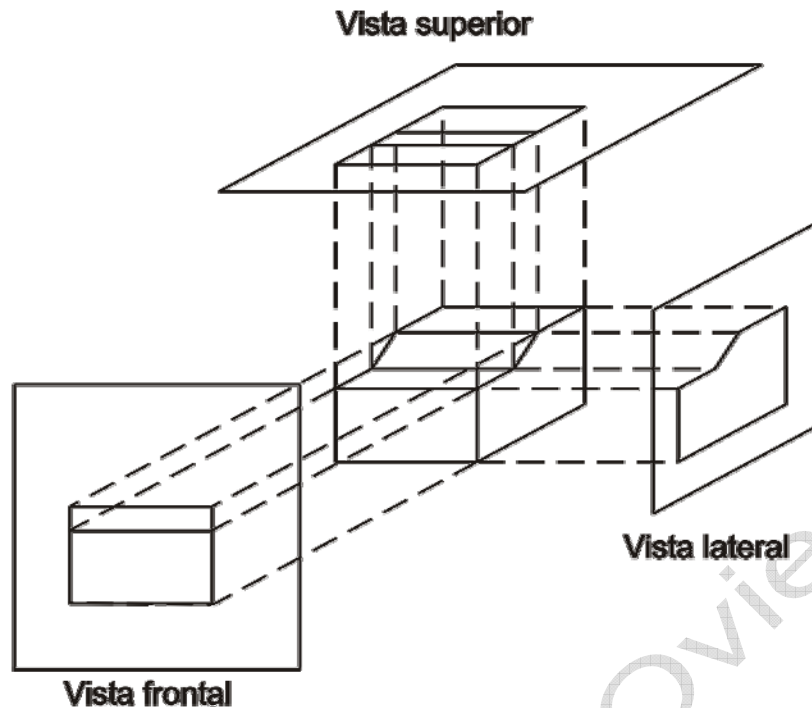


figura 11: proyecciones ortogonales

Las proyecciones ortogonales no se limitan a proyectar una sola cara (como ocurre en la figura anterior), sino que es posible hacerlo con más de una cara del objeto. Este tipo de proyecciones ortogonales se denominan **axonométricas**. Dentro de este grupo, la que más se utiliza es la proyección **isométrica**, la cual se obtiene alineando el plano de proyección de manera que corte a cada eje del SUR, a la misma distancia del origen. En la figura 12 se muestra una proyección isométrica. Hay ocho posibilidades para obtener una vista isométrica, una en cada octante del espacio. Los tres ejes principales se escalan por igual, de manera que se conservan las proporciones relativas, cosa que no ocurre en las proyecciones axonométricas en general, donde puede haber distintos factores de escala para cada eje.

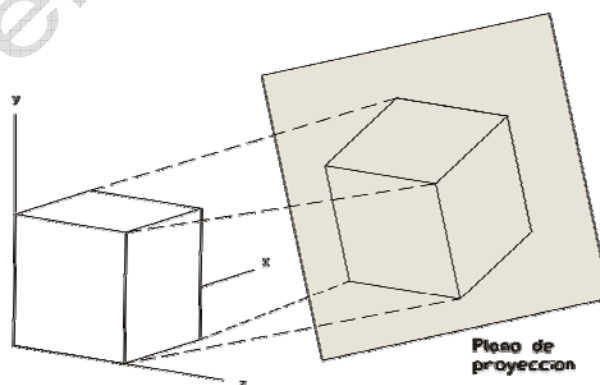


figura 12: proyección isométrica

Las ecuaciones de transformación para efectuar una proyección paralela ortogonal son directas. Para cualquier punto  $(x, y, z)$  en el SUR, el punto de proyección  $(x_p, y_p, z_p)$  sobre el plano visual (perpendicular al eje Z) se calcula como:

$$x_p = x; \quad y_p = y; \quad z_p = 0$$

Utilizando un sistema de coordenadas homogéneo, las ecuaciones anteriores, expresadas en formato matricial, quedarían como:

ec. 3

$$(x_p, y_p, z_p, 1) = (x, y, z, 1) \cdot M_{ort}$$

donde

$$M_{ort} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

La proyección oblicua se obtiene proyectando los puntos del objeto por medio de líneas paralelas pero no perpendiculares al plano de proyección (figura 13).

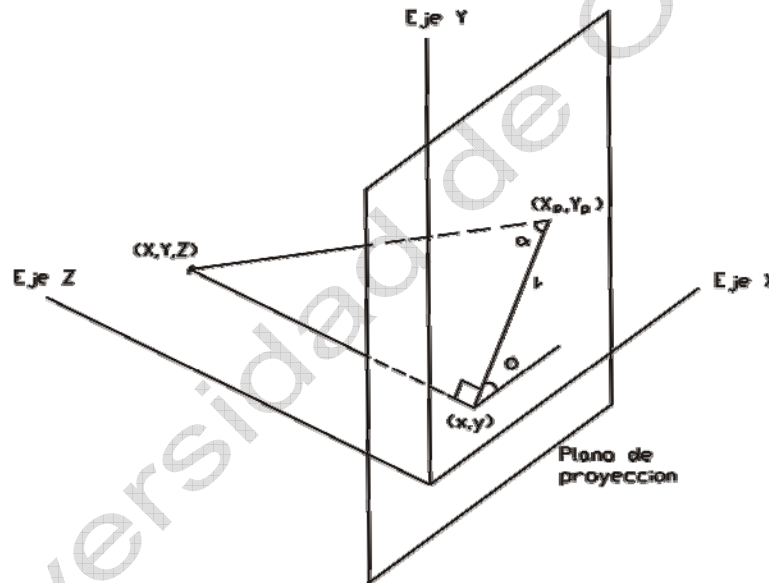


figura 13: proyección oblicua de un punto  $(x, y, z)$  sobre el plano de proyección

En este caso, las coordenadas del punto de proyección serán:

$$x_p = x + L \cos \phi$$

$$y_p = y + L \sin \phi$$

donde  $L$  es la longitud de la línea que une los puntos  $(x, y)$  y  $(x_p, y_p)$ , mientras que  $\phi$  es el ángulo que forma esa línea con la dirección horizontal del plano de proyección.

Una dirección de proyección puede definirse seleccionando distintos valores para los ángulos  $\alpha$  y  $\phi$ . Valores habituales para el ángulo  $\phi$  son  $30^\circ$  y  $45^\circ$ , que despliegan una vista combinada del frente, lado y parte superior (o frente, lado y parte inferior) de un objeto. La longitud  $L$  es función de la coordenada  $z$ , y puede calcularse a partir de las relaciones

ec. 4

$$\tan \alpha = \frac{z}{L} = \frac{1}{L_1}$$

siendo  $L_1$  el valor de  $L$  cuando  $z = 1$ . De la ecuación anterior podemos deducir

ec. 5

$$L = z L_1$$

con lo cual podemos volver a escribir las ecuaciones de la proyección oblicua como:

ec. 6

$$\begin{aligned} x_p &= x + z(L_1 \cos \phi) \\ y_p &= y + z(L_1 \sin \phi) \end{aligned}$$

Estas ecuaciones pueden expresarse matricialmente, quedando:

ec. 7

$$(x_p, y_p, z_p, 1) = (x, y, z, 1) \cdot M_{obl}$$

siendo

$$M_{obl} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ L_1 \cos \phi & L_1 \sin \phi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Cuando  $L_1 = 0$  (que ocurre cuando el ángulo de proyección  $\alpha$  es de  $90^\circ$ ), se obtiene una proyección ortogonal, es decir,  $M_{obl} = M_{ort}$ . Las proyecciones oblicuas se darán para valores de  $L_1$  distintos de cero.

En las proyecciones oblicuas se utilizan a menudo dos ángulos tales que  $\tan \alpha = 1$  y  $\tan \alpha = 2$ . En el primer caso tenemos que  $\alpha = 45^\circ$ , que se corresponden con lo que se conoce como proyección **cavalier**, en la que *todas las líneas perpendiculares al plano de proyección se proyectan sin cambio de longitud*. En la figura 14 se pueden ver ejemplos de la proyección cavalier de un cubo, para valores  $\phi$  de  $45^\circ$  y  $30^\circ$ , respectivamente.

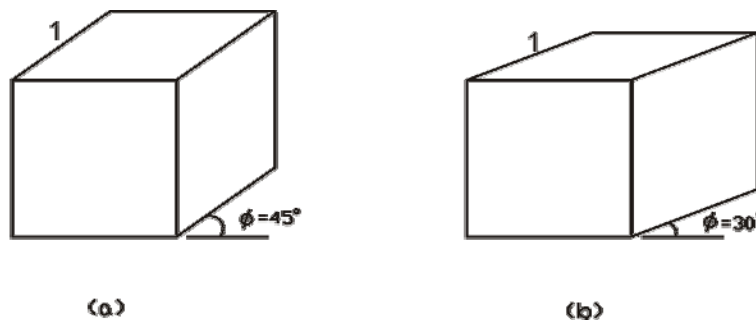


figura 14: proyecciones cavalier de un cubo

En el segundo de los casos se obtiene la llamada proyección **cabinet**. El ángulo de proyección es aproximadamente  $\alpha = 63,4^\circ$  que hace que *las líneas perpendiculares a la superficie de proyección se proyecten a la mitad de su longitud*. Debido a esta reducción, la proyección cabinet parece más realista que la cavalier. Se puede ver un ejemplo de proyección cabinet de un cubo en la figura 15 para dos valores diferentes de  $\phi$ .

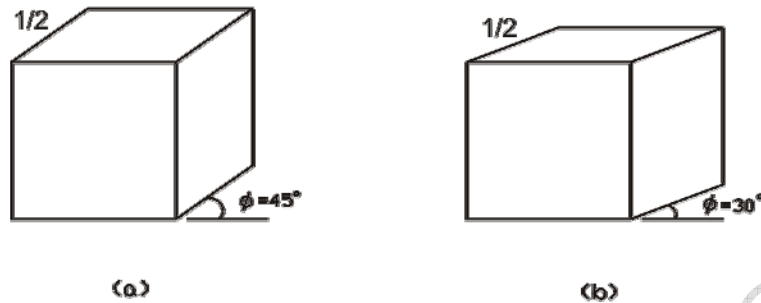


figura 15: proyecciones cabinet de un cubo

### B) Proyecciones en perspectiva

En este caso las líneas de proyección coinciden todas en un punto que se denomina *centro o punto de proyección (PP)*. La posición del centro de proyección puede ser cualquiera, pero si se encuentra en alguno de los ejes ortogonales (p.e., el Z) simplifica notablemente los cálculos.

Las ecuaciones de transformación para la proyección en perspectiva se pueden obtener a partir de las ecuaciones paramétricas que describen la línea de proyección que va del punto P al centro de proyección (figura 16).

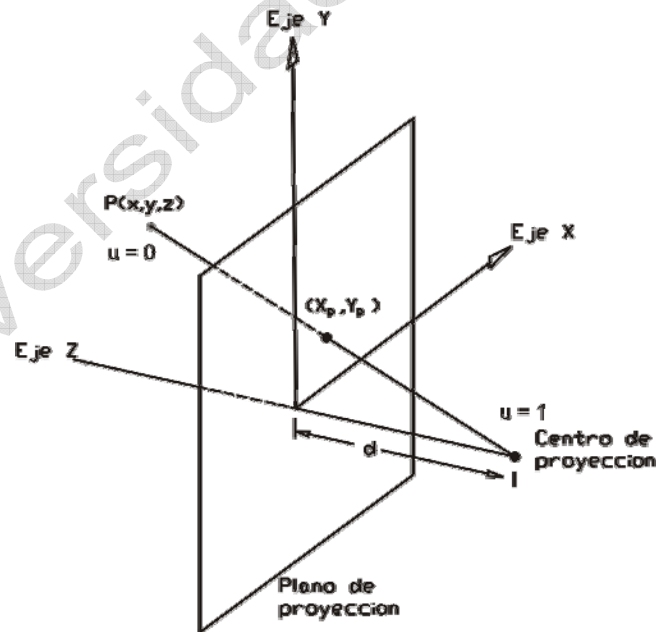


figura 16: proyección en perspectiva de un punto

El sistema de ecuaciones paramétricas de esta línea de proyección es

ec. 8

$$\begin{aligned}x' &= x - xu \\y' &= y - yu \\z' &= z - (z + d)u\end{aligned}$$

El parámetro  $u$  toma valores en el intervalo  $[0, 1]$  y las coordenadas  $(x', y', z')$  representan un punto cualquiera a lo largo de la línea de proyección. Cuando  $u = 0$  las ecuaciones anteriores proporcionan las coordenadas  $(x, y, z)$  del punto P. En el otro extremo, cuando  $u = 1$ , se tienen las coordenadas del punto de proyección  $(0, 0, -d)$ .

Para obtener las coordenadas en el plano de proyección se hace  $z' = 0$  y se determina  $u$ , quedando que:

ec. 9

$$u = \frac{z}{z + d}$$

Para este valor de  $u$  se produce la intersección de la línea de proyección con el plano, en el punto  $(x_p, y_p, 0)$ . Al sustituir la ec. 9 en el sistema de ecuaciones de arriba (

ec. 8), se obtienen las ecuaciones de la proyección en perspectiva:

ec. 10

$$\begin{aligned}x_p &= x \frac{d}{z + d} = x \frac{1}{z/d + 1} \\y_p &= y \frac{d}{z + d} = y \frac{1}{z/d + 1} \\z_p &= 0\end{aligned}$$

Utilizando sistemas de coordenadas homogéneas tridimensionales se puede escribir la transformación en perspectiva en forma matricial:

ec. 11

$$(x_h \ y_h \ z_h \ w) = \begin{pmatrix} x & y & z & 1 \end{pmatrix} \cdot M_{pers}$$

siendo

$$M_{pers} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/d \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

En esta representación tenemos

$$w = \frac{z}{d} + 1$$

de tal manera que, para calcular las coordenadas de la proyección en plano de proyección a partir de las coordenadas homogéneas, basta con hacer

$$[x_p \ y_p \ z_p \ 1] = [x_h/w \ y_h/w \ z_h/w \ 1]$$

Ver que si en  $M_{pers}$  se hace que  $d = \infty$ , entonces la matriz de perspectiva se convierte en la matriz de proyección ortogonal ( $M_{ort}$ ).

i.- Clasificación de las proyecciones en perspectiva

En las proyecciones en perspectiva, al punto donde se unen las prolongaciones de las rectas que son paralelas a uno de los ejes de coordenadas se le llama **punto de fuga**. El número de puntos de fuga principales depende de la orientación del plano de proyección. Las proyecciones en perspectiva se clasifican según el número de puntos de fuga. En un sistema 3D, como máximo habrá 3 puntos de fuga y como mínimo 1.

Si el plano de proyección es paralelo a dos de los ejes ortogonales, entonces sólo habrá un punto de fuga, orientado en la dirección del eje no paralelo. Por ejemplo, si el plano de proyección es paralelo a los ejes X e Y, el punto de fuga se encontrará en algún lugar en la dirección de Z (figura 17-a).

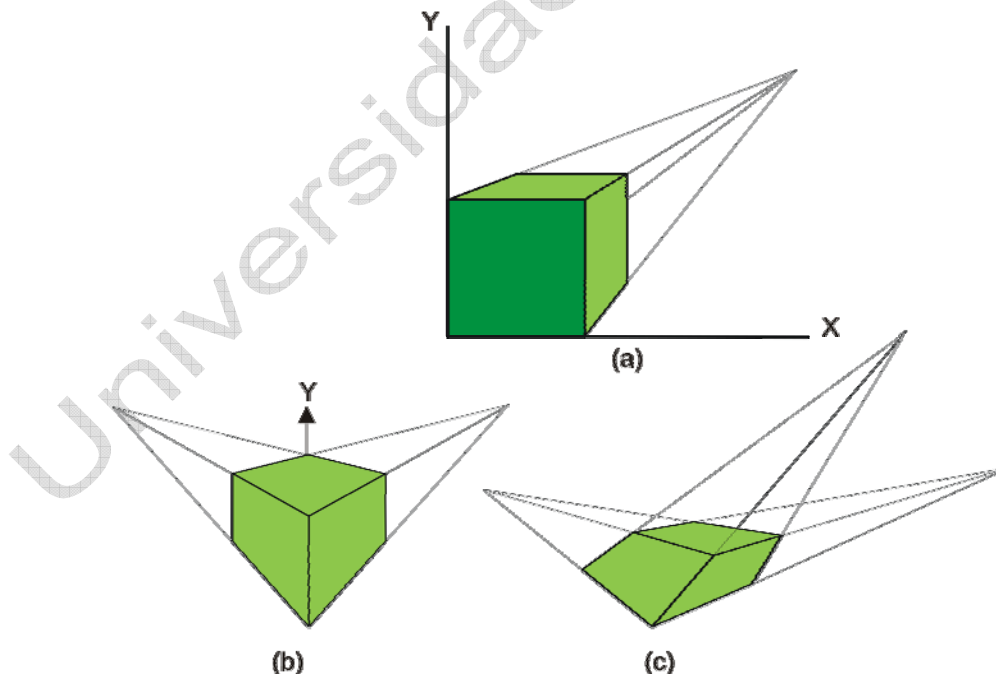


figura 17: tipos de perspectivas, según el número de puntos de fuga

Si el plano de proyección sólo es paralelo a un eje, entonces habrá dos puntos de fuga, uno por cada eje no paralelo. En la figura 17-b, el plano de proyección es paralelo al eje Y. Finalmente, si el plano de proyección no es

paralelo a ninguno de los ejes, entonces habrá tres puntos de fuga, uno por eje (figura 17-c).

### C) Diagrama de clasificación de las proyecciones principales

Para finalizar, veamos mediante un esquema la clasificación de las proyecciones geométricas planares vistas en el tema:

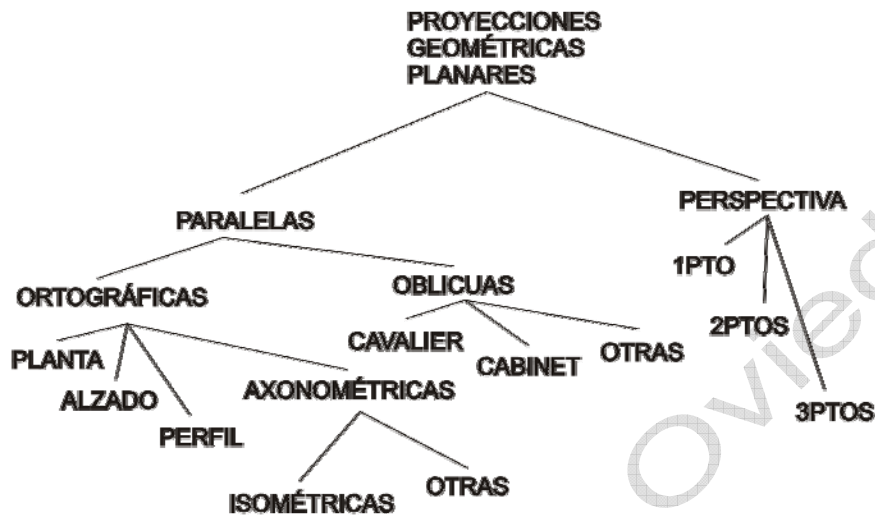


figura 18: clasificación de la proyecciones geométricas en el plano

## 2.4 Puntos visibles

Ahora que conocemos las principales formas de proyección, pasamos a ver las técnicas que determinan qué puntos de los objetos caen dentro del campo visual del observador (visibles), y cuales quedan fuera.

### 2.4.1 Campo visual

Para determinar los puntos visibles, primero se ha de crear el **volumen de visión**, y después calcular qué puntos están dentro o fuera de dicho volumen (**recorte o clipping**).

En la visualización tridimensional, si la proyección es paralela, *el volumen de visión queda determinado por la **ventana visual***, que no es otra cosa que un polígono (normalmente rectangular) en el plano visual; si es en perspectiva, el volumen de visión viene dado *por el punto de proyección y por la ventana visual*.

En cualquier caso, las coordenadas máximas y mínimas de la ventana visual se utilizan para establecer los límites del volumen de visión. Suponiendo que la ventana visual sea rectangular, las cuatro aristas del volumen de visión pasan por los vértices de la ventana visual. Cuando la proyección sea en paralelo, el volumen de visión formado es un paralelepípedo infinito. Si la proyección es en perspectiva, entonces el volumen es una pirámide truncada, con la cúspide en el centro de proyección (figura 19).

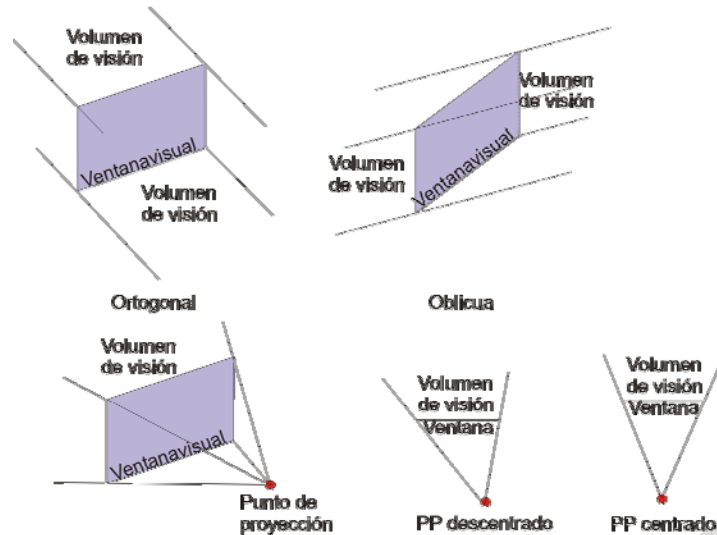


figura 19: volúmenes de visión, según el tipo de proyección

A menudo se utilizan uno o dos planos adicionales para limitar el volumen de visualización en la dirección del eje de enfoque (Z). En la figura 20-a se puede ver un volumen de visión finito limitado por seis planos, producido por un **plano cercano** y un **plano lejano**. Estos son siempre paralelos al plano de visión, y ambos han de estar a la izquierda o la derecha del plano visual, y la distancia entre el plano visual y el lejano siempre ha de ser mayor que la distancia entre los planos visual y cercano.

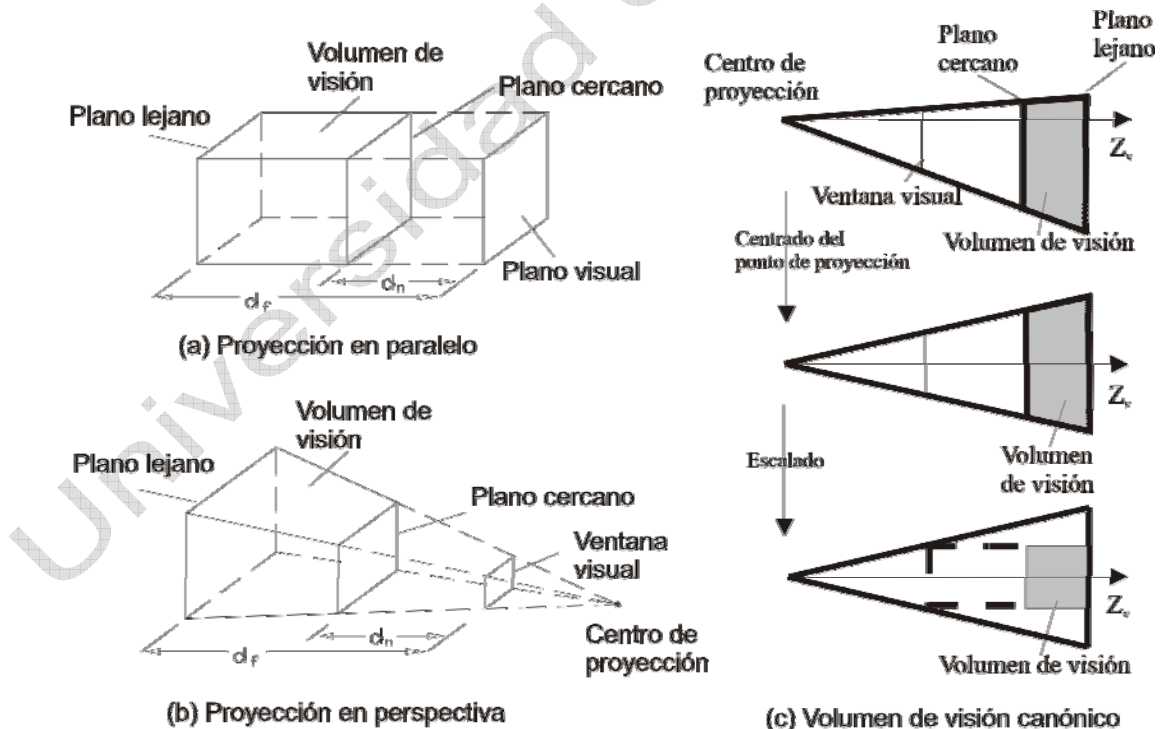


figura 20: planos limitadores de los volúmenes de visión, y su normalización

La utilización de los planos cercano y lejano permite limitar la información visual que se desea ver, en función de la profundidad. Sólo se proyectan los objetos que están dentro del volumen de visión.



### 2.4.2 Recorte (clipping)

A la clasificación de los vértices, aristas y superficies con respecto a los polígonos que forma el volumen de visión, se conoce como *recorte o clipping*.

Excepto los planos cercano y lejano, que tienen la misma orientación que el plano visual, los 4 planos restantes del volumen de visión pueden tener una orientación arbitraria, ya que ésta depende del tipo de proyección, de la forma de la ventana visual, y de la posición del punto de proyección. Por lo tanto, salvo en la proyección ortogonal, para averiguar si los objetos intersecan con estos planos *es necesario conocer sus respectivas ecuaciones*. Así, para un plano dado  $[A, B, C, D]$ , si el extremo  $(x, y, z)$  de un segmento está fuera del volumen de visión se cumplirá que  $Ax + By + Cz + D > 0$ . Esta misma ecuación será igual a 0, si  $(x, y, z)$  está en la superficie del volumen de visión y menor que 0, si se encuentra dentro del volumen de visión. Para los planos lejano y cercano la clasificación es más sencilla, *ya que la coordenada  $z$  del plano es constante*, y por tanto basta comparar con  $z$ , para saber si un extremo de un segmento está dentro o fuera del volumen de visión.

Averiguar y trabajar con las ecuaciones de los planos retarda mucho el proceso de recorte. Una solución a este problema consiste en realizar el recorte 3D sólo con los planos lejano y cercano, y después efectuar la proyección. Hecha ésta, se realiza el recorte 2D de los segmentos del plano de proyección con respecto a la ventana visual, ya que el recorte 2D es mucho más fácil que el clipping 3D con los 4 planos del volumen de visión.

Otra solución más eficaz consiste en *transformar el volumen de visión en un paralelepípedo*, con lo que se consigue que todos los planos del volumen sean paralelos a los planos ortogonales del SRV. La transformación de los volúmenes de visión en paralelepípedos depende del tipo de proyección aplicada, pero en general se consigue mediante transformaciones lineales sencillas. El recorte 3D puede mejorarse, *si el paralelepípedo obtenido es un cubo unitario*, conocido como *volumen de visión canónico o normalizado*. Esta normalización simplifica el proceso de recorte. La figura 20-c muestra cómo puede obtenerse el volumen canónico, cuando se aplica una proyección en perspectiva.

## 3. Sistemas visuales

Se conoce como *sistema visual* a un conjunto de transformaciones visuales, *predefinidas en una matriz compuesta (neta)*.

Por lo tanto, en esencia, un sistema visual no es otra cosa que la matriz neta ( $T_{vis}$ ) resultante de operar con las matrices de transformación visual que se utilizan en la obtención de la imagen vectorial. En  $T_{vis}$  quedarían incluidas las aplicaciones  $SUR \rightarrow SRV$ ,  $SRV \rightarrow SRPV$ , y las matrices de transformación del volumen de visión y las de recorte.

En definitiva, la filosofía de un sistema visual no es otra que la de *obtener directamente los puntos en el plano visual, a partir de los puntos en el SUR*, multiplicando cada uno de estos por  $T_{vis}$ .

$$(x, y, z, 1)_{\text{SRPV}} = (x, y, x, 1)_{\text{SUR}} \cdot T_{\text{vis}}$$

La generalidad de un sistema visual depende principalmente del número de *parámetros de visión* disponibles en  $T_{\text{vis}}$ , como p.e. el enfoque del visor, la distancia entre el punto de proyección y el plano visual, las coordenadas de los planos cercano y lejano, etc. Cuanto mayor sea el número de parámetros, mayor será la generalidad y la complejidad del sistema visual. Veamos tres ejemplos de sistemas visuales, con diferentes grados de complejidad.

### 3.1 Sistema visual de cuatro parámetros.

En este sistema el usuario sólo especifica las *coordenadas del punto de proyección* (tres parámetros) y la *distancia al plano visual* (un parámetro). El punto hacia donde enfoca el visor (**foco**) se supone situado en el origen del SUR, es decir, *el visor mira siempre hacia el mismo punto*. Este sistema solamente es apropiado para escenarios con un solo objeto, pero es inadmisibles en el caso de múltiples objetos.

Normalmente, el punto de proyección ( $X_v, Y_v, Z_v$ ) se sitúa en el origen del SRV. Además, se hace que el eje  $Y_{\text{SRV}}$  sea paralelo al  $Y_{\text{SRPV}}$  (figura 21).

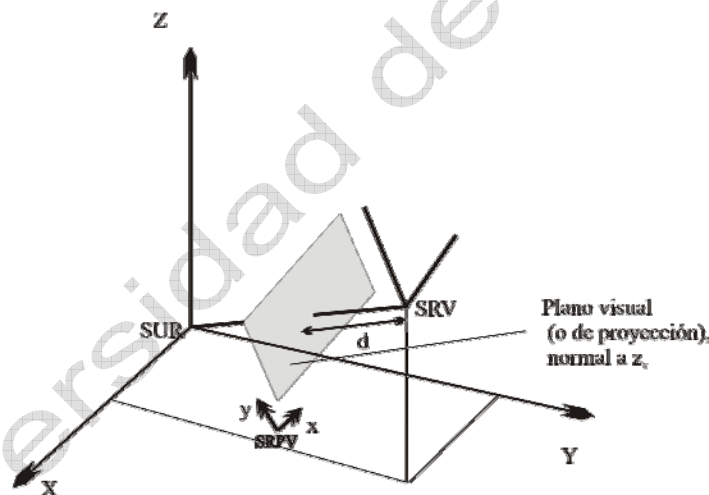


figura 21: orientación de un sistema visual de 4 parámetros

Según lo anterior, el usuario tendrá una interface más fácil e intuitiva si se utiliza un sistema de coordenadas polares para cambiar la posición del punto de proyección. En la figura 22 podemos ver un ejemplo de sistema visual de 4 parámetros, gobernado mediante coordenadas polares.

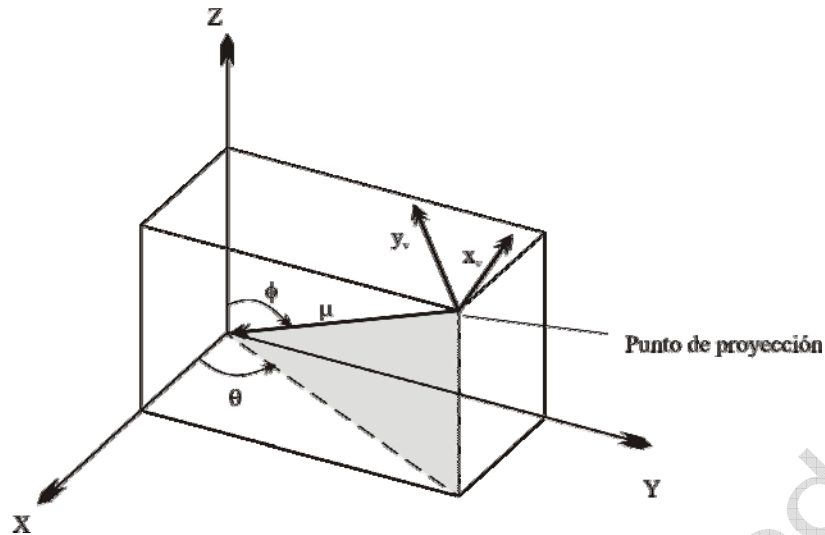


figura 22: control de enfoque en el sistema de 4 parámetros del ejemplo

$\mu$  es el segmento que va desde el origen del SUR hasta el punto de proyección;  $\theta$  y  $\phi$  son los ángulos que forma el plano que contiene a dicho segmento con los ejes X y Z, respectivamente.

En el sistema anterior, la siguiente matriz neta transforma los puntos dados en el SUR, en puntos del SRPV:

$$\begin{aligned}
 [x_v \quad y_v \quad z_v \quad 1] &= [x \quad y \quad z \quad 1] \cdot \begin{bmatrix} -\operatorname{sen} \theta & -\operatorname{cos} \theta & \operatorname{cos} \phi & -\operatorname{cos} \theta & \operatorname{sen} \phi & 0 \\ \operatorname{cos} \theta & -\operatorname{sen} \theta & \operatorname{cos} \phi & -\operatorname{sen} \theta & \operatorname{sen} \phi & 0 \\ 0 & \operatorname{sen} \phi & -\operatorname{cos} \phi & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & u & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 &= [x \quad y \quad z \quad 1] \cdot T_{vis}
 \end{aligned}
 \tag{ec. 15}$$

### 3.2 Sistema visual de ocho parámetros

Si al sistema anterior se le añade la posibilidad de que el visor enfoque hacia cualquier lugar del SUR y que además pueda girar sobre Z (eje de enfoque), tendremos un sistema visual de 8 parámetros (figura 23).

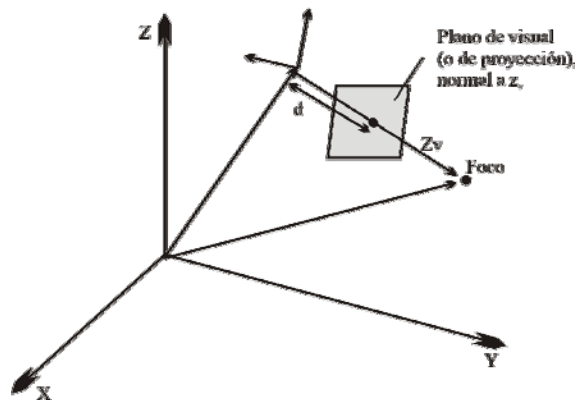


figura 23: orientación de un sistema visual de 8 parámetros

Un sistema como este no es completamente general, pero supera la limitación principal del sistema de 4 parámetros, y mantiene una interface razonablemente fácil, ya que el usuario solamente ha de indicar las coordenadas del punto de proyección en el SUR (3 parámetros), la distancia entre el PP y el PV (1p), las coordenadas del foco en el SUR (3p) y el ángulo de giro del visor en  $Z_v$  (1p), que en total suman 8 parámetros. En la figura 24 se puede ver cada uno de los parámetros de la interface del usuario.

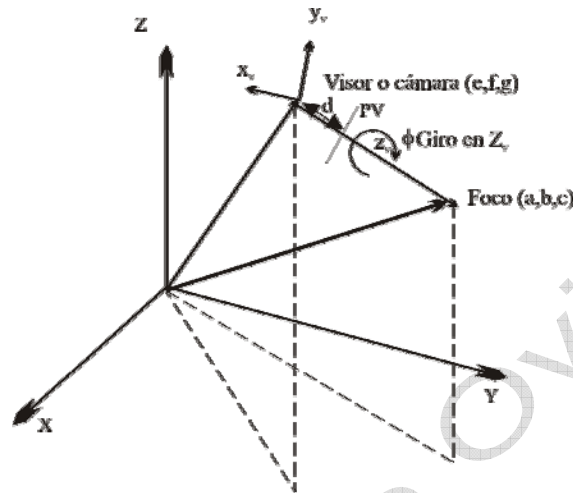


figura 24: parámetros de control en un sistema visual práctico

En este sistema, la matriz neta de transformaciones visuales ( $T_{vis}$ ), puede obtenerse en varios pasos. Primero, si el visor está posicionado en el origen del SUR, enfocando hacia el punto  $(a, b, c)$ , se puede deducir que la matriz neta ( $V$ ) que consigue la transformación  $SUR \rightarrow SRPV$  es:

$$V = \begin{bmatrix} \frac{b}{(1-c^2)^{\frac{1}{2}}} & \frac{-ac}{(1-c^2)^{\frac{1}{2}}} & a & 0 \\ \frac{-a}{(1-c^2)^{\frac{1}{2}}} & \frac{-bc}{(1-c^2)^{\frac{1}{2}}} & b & 0 \\ 0 & (1-c^2)^{\frac{1}{2}} & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Si se generaliza la posición del visor, colocándolo en el punto  $(e, f, g)$  del SUR (matriz  $V_3$ ), y se incluye el giro ( $\phi$ ) en  $Z_v$  (en sentido contrario a las agujas del reloj), entonces las tres componentes de la matriz neta de transformación visual ( $T_{vis}$ ) son:

$$V_1 = \begin{bmatrix} \cos \phi & -\text{sen } \phi & 0 & 0 \\ \text{sen } \phi & \cos \phi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad V_2 = V, \quad V_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -e & -f & -g & 1 \end{bmatrix}$$

siendo:

$$\mathbf{T}_{\text{vis}} = \mathbf{V}_1 \cdot \mathbf{V}_2 \cdot \mathbf{V}_3$$

Esta transformación visual es suficiente en la mayor parte de las situaciones que se presentan en la visualización standard, y evita las interfaces de usuario complicadas, asociadas con sistemas visuales más complejos.

### 3.3 Sistemas visuales generales.

Los sistemas de visión generales son los que se utilizan en los sistemas gráficos standard, como el GKS-3D y/o el PHIGS. En los sistemas visuales vistos anteriormente, el eje de enfoque siempre era normal al plano visual. En los sistemas generales se permiten las proyecciones oblicuas, es decir, el eje  $Z_v$  no ha de ser necesariamente vertical al plano visual.

Además, los sistemas generales permiten controlar la *ubicación de los planos cercano y lejano del volumen de visión*, el *tipo de proyección*, el *tamaño y orientación de la ventana visual*, etc. En la tabla 1 vemos un resumen de los principales parámetros que puede tener un sistema visual general.

Parámetro	Especificación	Valor por defecto	Efecto de la función
Origen del SRV ( $O_v$ )	Punto en el SUR	(0, 0, 0)	Origen del SRV, que se utiliza para definir los elementos del visor y las posiciones de los planos de corte del volumen de visión
Distancia al plano visual	Escalar	1	Distancia entre $O_v$ y el plano visual, a lo largo del eje de enfoque
Normal al plano visual	Vector en 3D	(0, 0, -1)	Establece el enfoque del visor
Vector UP	Vector en 3D	(0, 0, 1)	Establece la dirección del eje $Y_v$ del visor
Distancia al plano delantero	Escalar	1	Distancia entre $O_v$ y el plano de corte delantero
Distancia al plano trasero	Escalar	2	Distancia entre $O_v$ y el plano de corte trasero
Tipo de proyección		1	Define si la proyección va a ser paralela o en perspectiva
Punto de proyección	Punto en 3D		Define el PP, en la proyección en perspectiva
Dirección de proyección	Vector en 3D	(0, 0, 0)	Dirección para la proyección en paralelo
Ventana visual	Dos puntos en 2D	(0, 1), (0, 0.75)	Define el tamaño de la ventana visual

tabla 1: Principales parámetros de control en los sistemas visuales generales

### 3.4 Encadenado del proceso de visualización standard

Al comienzo del tema comentamos algunas de las transformaciones 3D que se han de realizar para obtener la imagen vectorial. Después de obtener ésta en la ventana visual, es preciso efectuar transformaciones 2D adicionales que traspasen la imagen vectorial al dispositivo de salida. La serie completa de transformaciones, encargadas de pasar desde las coordenadas en el SUR<sup>3</sup> hasta las coordenadas en la pantalla, se denomina *encadenamiento de visualización tridimensional*. La figura 25 muestra dicho encadenamiento.

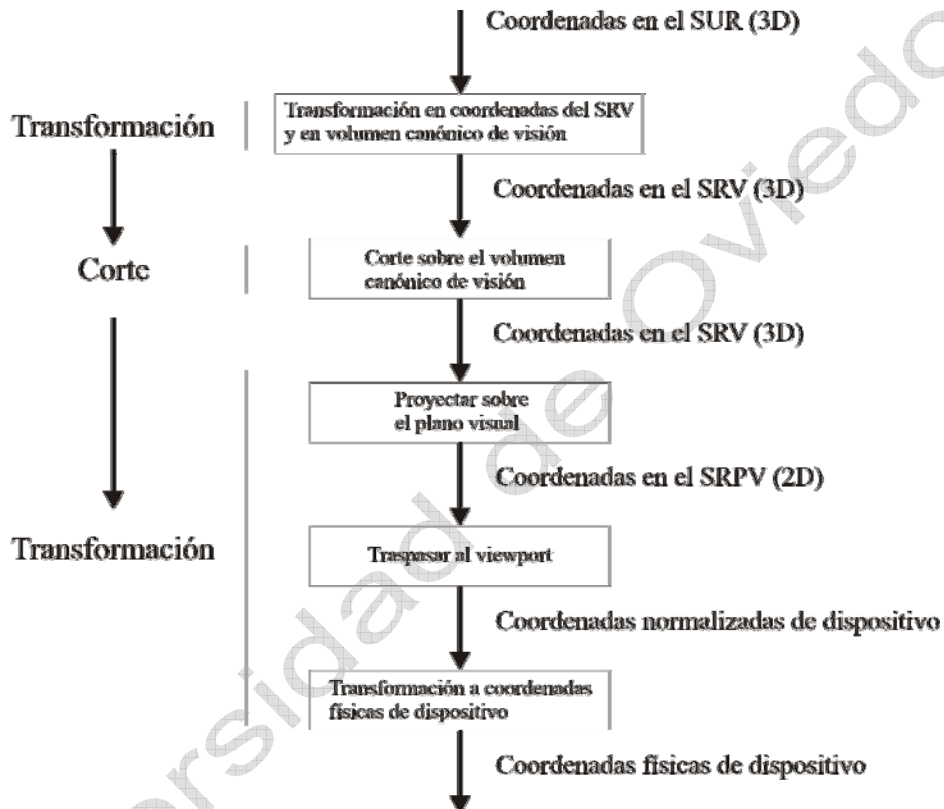


figura 25: encadenamiento de visualización en 3D

Las dos últimas transformaciones dependen de las características del dispositivo, por lo que varían según sea el entorno y la plataforma utilizada. Por este motivo, normalmente son transparentes al usuario.

En el encadenamiento anterior no se contempla la discretización de la imagen vectorial, cuyos procesos se distribuyen a lo largo de toda la secuencia, si bien los más representativos se aplican después de efectuada la proyección sobre el plano visual.

<sup>3</sup> Algunos autores incluyen en el paso inicial la transformación SRO  $\rightarrow$  SUR, es decir, la obtención de las coordenadas globales a partir de los sistemas locales de los objetos.