



Shape from X

Adolfo Otero

José Otero

José Antonio Corrales

Departamento de Informática.

Área de Lenguajes y Sistemas Informáticos

Universidad de Oviedo

Introducción I

- ⑥ Problemas de visión intrínsecamente 2D:
 - △ Reconocimiento óptico de caracteres.
 - △ Procesamiento de imágenes meteorológicas.
- ⑥ Problemas de visión intrínsecamente 3D:
 - △ Manipulación de objetos por un brazo robot.
 - △ Navegación autónoma de un robot.

Problemas del origen de los datos (imágenes):

- ⑥ Pérdida de información $3D \rightarrow 2D$.
- ⑥ Necesidad de conocer como se generan las imágenes (calibración).

Soluciones en la Naturaleza

- ⑥ Enfoque: información indirecta sobre la distancia focal de los ojos → profundidad.
- ⑥ Convergencia: si dispone de dos ojos.
- ⑥ Paralaje: diferencia entre dos vistas desde distinta posición.
- ⑥ Movimiento: se supone que los objetos próximos parecen moverse más rápido que los lejanos.
- ⑥ Visión estéreo: comparación de las imágenes tomadas por los dos ojos simultáneamente.
- ⑥ Conocimiento a priori: utilización de la experiencia sobre el entorno.

Soluciones habituales

Añadir información.

- ⑥ Utilizar varias imágenes de la misma escena tomadas simultáneamente desde varios puntos.
- ⑥ Ídem en distintos instantes (si existe movimiento por parte del sensor o de los objetos).
- ⑥ Conocer la forma en que las superficies reflejan la luz y la iluminación.
- ⑥ Utilizar una iluminación especial.
- ⑥ Analizar como se deforman los patrones repetitivos sobre las superficies.
- ⑥ Analizar las propiedades geométricas de los contornos que aparecen en la imagen.

Metodologías

- ⑥ Top-down: de arriba (3D) a abajo (2D). Se supone que existen determinadas formas en el espacio y se busca su proyección en las imágenes. A partir de la transformación $3D \rightarrow 2D$ se recupera la posición del objeto.
- ⑥ Bottom-up: de abajo a arriba. Parten de las imágenes como fuente de datos.
 - △ Se necesita información adicional.
 - △ No se supone la presencia de ningún objeto en particular.
 - △ Por ello deberían ser más generales.

Teoría de Marr I

Niveles de estudio:

- ⑥ Teoría computacional:
 - △ Información de entrada y de salida.
 - △ Lógica de la estrategia que realiza esta tarea.
- ⑥ Representación y algoritmos:
 - △ Cómo se deben realizar los cálculos.
 - △ Representación de los datos.
 - △ Algoritmos que los manipulan.
- ⑥ Implementación:
 - △ Programas y Hardware.

Teoría de Marr II

Según esta teoría:

- ⑥ Partir de los pixels para obtener contornos (esbozo primario)
- ⑥ Luego superficies (esbozo 2.5)
- ⑥ Finalmente una representación 3D completa.

Esbozo primario, primal sketch.



- ⑥ Búsqueda de cambios bruscos de intensidad en la imagen.
 - △ No supone que se correspondan con contornos.
 - △ Se buscan a distintas escalas. Si existen a distintas escalas se suponen significativos.
- ⑥ Esos puntos se agrupan según la orientación y la localización, correspondiéndose con superficies.

Esbozo 2.5, 2.5 sketch.



- ⑥ Obtención del mapa de profundidad.
- ⑥ No constituye una representación 3D completa.
 - △ No existen datos del “otro lado”
 - △ A medio camino entre 2D y 3D: 2.5D.
- ⑥ Métodos forma a partir de X , shape from x .
- ⑥ De inspiración biológica.

Representación 3D I

- ⑥ Se solapa con las técnicas top-down.
 - △ Es necesario reconocer objetos.
 - △ Es necesario tener un conocimiento de lo que son.
 - △ Es necesario tener una forma de representarlos.
- ⑥ Modularidad.
 - △ Descripción independiente para cada objeto. Previene que la descripción dependa de la situación relativa de los objetos.
- ⑥ No existe inspiración biológica en esta etapa.
 - △ Mecanismo utilizado por los humanos menos conocido, por ello no ha sido desarrollada por completo.

Representación 3D II

Recomendaciones:

- ⑥ Primitivas volumétricas vs descripciones basadas en superficies.
- ⑥ Utilizar los ejes naturales derivados de simetrías o alargamientos

Estrategias de modelado.

- ⑥ Es necesario para cubrir la tercera etapa del paradigma de Marr.
- ⑥ Relacionado con disciplinas como CAD o infografía.

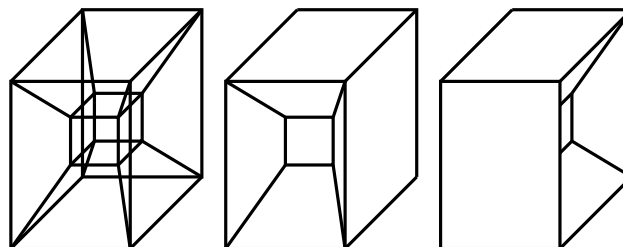
Propiedades deseables:

- ⑥ Completitud: dos objetos diferentes no pueden corresponderse con el mismo modelo.
- ⑥ Unicidad: un mismo objeto no puede corresponderse con dos modelos diferentes.

Es corriente que no se cumpla alguna de ellas: por ejemplo un mismo sólido puede generarse de varias formas distintas por un sistema de CAD.

Wireframes.

- ⑥ Vértices y las aristas de un objeto.
- ⑥ Caras planas y aristas rectas.
- ⑥ Representación: lista de vértices y aristas uniendo esos vértices.
- ⑥ Conveniente para la representación de bloques poliédricos.
- ⑥ Ambigua: no posee información sobre las superficies de los objetos (no completitud).



Constructive Solid Geometry (CSG) I.

Original de IBM, se basa en el uso de:

⑥ Primitivas

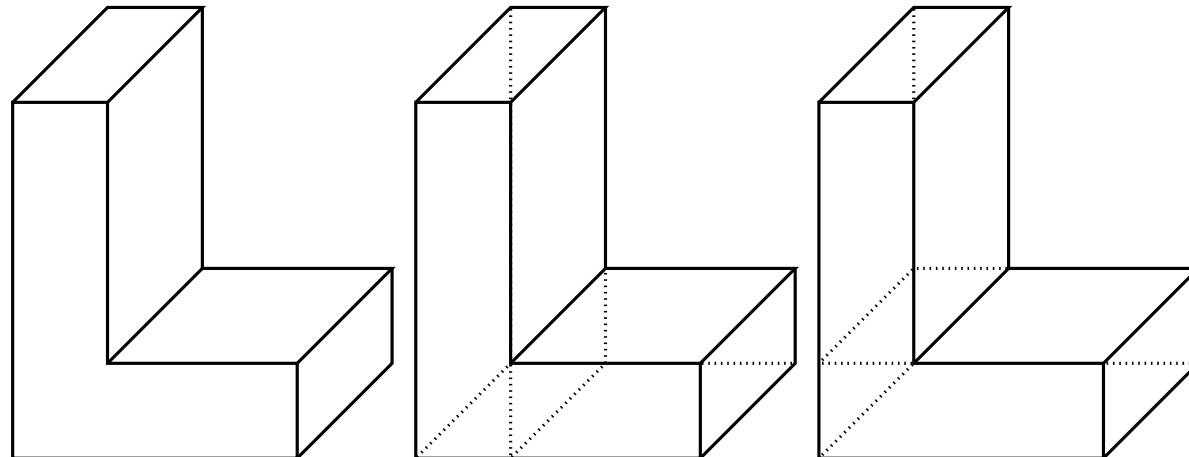
- △ Cuboide
- △ Cilindro
- △ Esfera
- △ Cono
- △ semiplano

⑥ Operaciones

- △ Unión
- △ Intersección
- △ Diferencia
- △ Escalado
- △ Translación

CSG II.

- ⑥ El sólido se representa mediante un árbol en el que las hojas son primitivas y los arcos operaciones.
- ⑥ Esta representación cumple la propiedad de completitud pero no la de unicidad.
- ⑥ Por ejemplo el sólido de la figura puede ser la unión de dos sólidos distintos.



B-reps, modelos de superficie.

- ⑥ Consisten en un triplete:
 - △ Conjunto de superficies del objeto.
 - △ Intersecciones entre las superficies (curvas 3D).
 - △ Grafo definiendo la conectividad de las superficies.
- ⑥ Superficies planas
- ⑥ Objetos poliédricos
- ⑥ Cálculo del volumen y superficie inmediato.
- ⑥ Muy común: representación de los objetos mediante triángulos.
- ⑥ Otra forma: cuadráticas.

Modelos volumétricos.

- ⑥ Sistema de referencia + y subdividir el volumen en voxels (VOlume X ELment).

- ⑥ Cubos, paralelepípedos, supercuádricas:

$$\left(\left(\frac{x}{a_1} \right)^{\frac{2}{\epsilon_1}} + \left(\frac{y}{a_2} \right)^{\frac{2}{\epsilon_1}} \right)^{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}} + \left(\frac{z}{a_3} \right)^{\frac{2}{\epsilon_1}} = 1$$

- ⑥ a_1, a_2, a_3 tamaño de la cuádrica en x, y y z .
- ⑥ ϵ_1 y ϵ_2 cuadrangularidad en latitud y longitud.
- ⑥ Deformaciones: curvándolas, retorciéndolas, estirándolas.
- ⑥ Intersecciones, uniones, diferencias.

Cilindros generalizados.



- ⑥ Un cilindro se puede considerar que está generado por un círculo cuyo centro se mueve sobre una recta.
- ⑥ Si la línea es una curva cualquiera, se obtiene un cilindro generalizado.
- ⑥ Si se permite que el radio del cilindro varíe a lo largo de la línea, mayor generalización.
- ⑥ Este tipo de primitivas volumétricas es conveniente cuando se trata de explotar las propiedades de simetría de algunos objetos.

Geones.



- ⑥ Representación cualitativa.
- ⑥ Tareas de reconocimiento: descripción cuantitativa → información redundante.
- ⑥ No puede ser usada para la síntesis de imágenes.
- ⑥ Cuatro características cualitativas conforman hasta 36 geones (GEOmetric iONs):
 - △ Contorno: recto o curvo.
 - △ Simetría: rotacional, reflectiva, asimétrico.
 - △ Variación de tamaño: constante, expansión, expansión/contracción.
 - △ Ejes: rectos o curvos.

Representaciones multivista.

- ⑥ Un objeto 3D puede ser descrito por un conjunto de posibles proyecciones 2D.
- ⑥ Se puede obtener un conjunto de proyecciones incluyendo un modelo 3D del objeto en una esfera y discretizar esta en distintas facetas desde las que tomar las distintas vistas que describen el objeto.
- ⑥ En lugar de una esfera se puede utilizar un poliedro regular como el icosaedro.
- ⑥ El algoritmo de Goad utiliza una representación de este tipo.

Etiquetado de líneas I.



- ⑥ Este algoritmo figura entre los primeros intentos de recuperar información tridimensional a partir de imágenes 2D.
- ⑥ En este caso se parte de una sola imagen segmentada.
- ⑥ Se supone que las caras son planas, que los contornos son rectos y que cada tres caras definen un vértice.
- ⑥ Así pues supone el mundo construido a base de bloques paralelepípedicos.

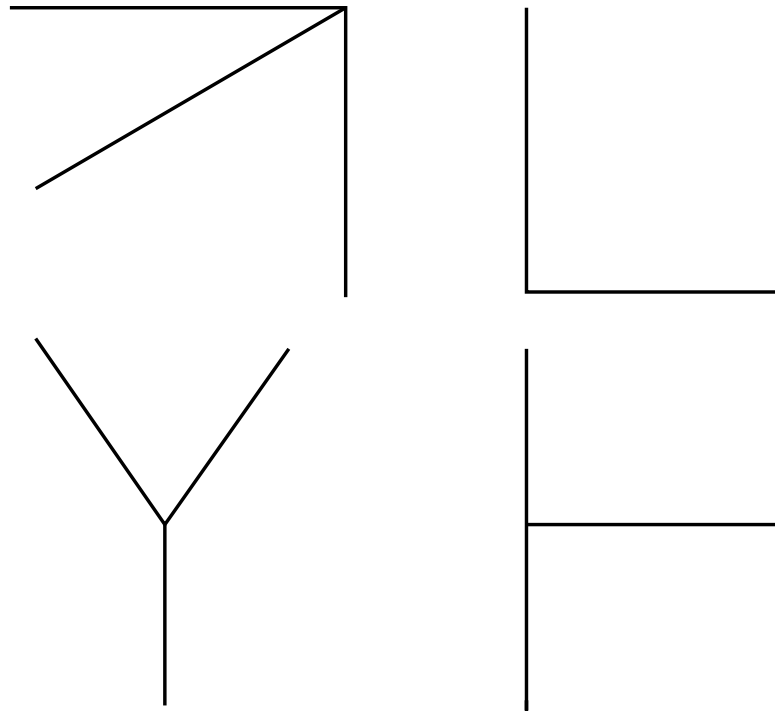
Etiquetado de líneas II.



- ⑥ Evidentemente en un caso real el algoritmo fallará por las siguientes razones:
 - △ Se necesita una segmentación perfecta, se supone que se encuentran todos los contornos y que forman aristas completamente rectas.
 - △ En general no se puede considerar que los objetos tengan caras planas.

Etiquetado de líneas III.

La base del algoritmo es la siguiente: dado que tres caras definen un vértice, hay sólo 4 tipos distintos de uniones que pueden aparecer en cualquier escena 2D.



Etiquetado de líneas IV.

- ⑥ Las uniones pueden ser cóncavas o convexas.
- ⑥ Las tres caras que forman un vértice pueden ser visibles o no.
- ⑥ 22 interpretaciones posibles de las proyecciones 2D de las uniones como vértices 3D.
- ⑥ El algoritmo consiste en conseguir un etiquetado mutuamente consistente de los vértices del objeto.
- ⑥ Así se puede rodear una determinada región de la imagen y comprobar que el etiquetado de los vértices es coherente con que tal región sea o no una superficie.
- ⑥ El algoritmo es impracticable para más de tres caras.

Etiquetado de líneas V.

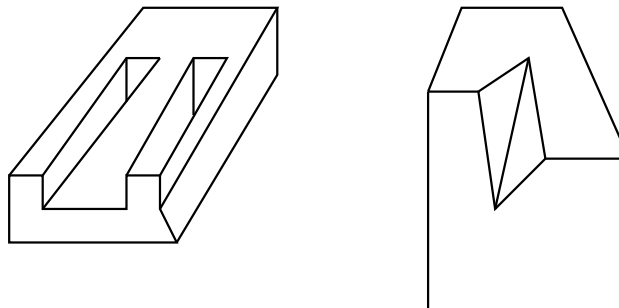


Descripción general del algoritmo.

1. Extraer una segmentación de la imagen en polígonos.
2. Determinar el conjunto de posibles interpretaciones 3D para cada vértice 2D a partir de una lista exhaustiva precalculada.
3. Determinar un etiquetado coherente de los vértices en los extremos de cada contorno, forzando a que sean ambos cóncavos o convexos.
4. Deducir una interpretación global imponiendo a cada región poseer una interpretación 3D coherente.

Etiquetado de líneas VI.

- ⑥ Capaz de detectar objetos imposibles en base al chequeo de la consistencia de los vértices.
- ⑥ Existen objetos que son imposibles y sin embargo el algoritmo no los detecta: existe un posible etiquetado coherente.
- ⑥ El de la izquierda es detectado por el algoritmo pero el de la derecha no.



Forma a partir de X.

En función de que tipo de información se añade a las imágenes para obtener el esbozo 2.5D se tiene un método de esta familia:

- ⑥ Estéreo: se utilizan dos o más cámaras.
- ⑥ Forma a partir de brillo: se conocen las propiedades de reflectancia de las superficies y la iluminación.
- ⑥ Forma a partir de movimiento: se toman imágenes de objetos en movimiento o se mueve la cámara.
- ⑥ Forma a partir de siluetas: la información de partida son varias siluetas de los objetos.
- ⑥ Forma a partir de texturas: se analiza como se deforman las texturas de la superficie de los objetos.

Forma a partir de estéreo.



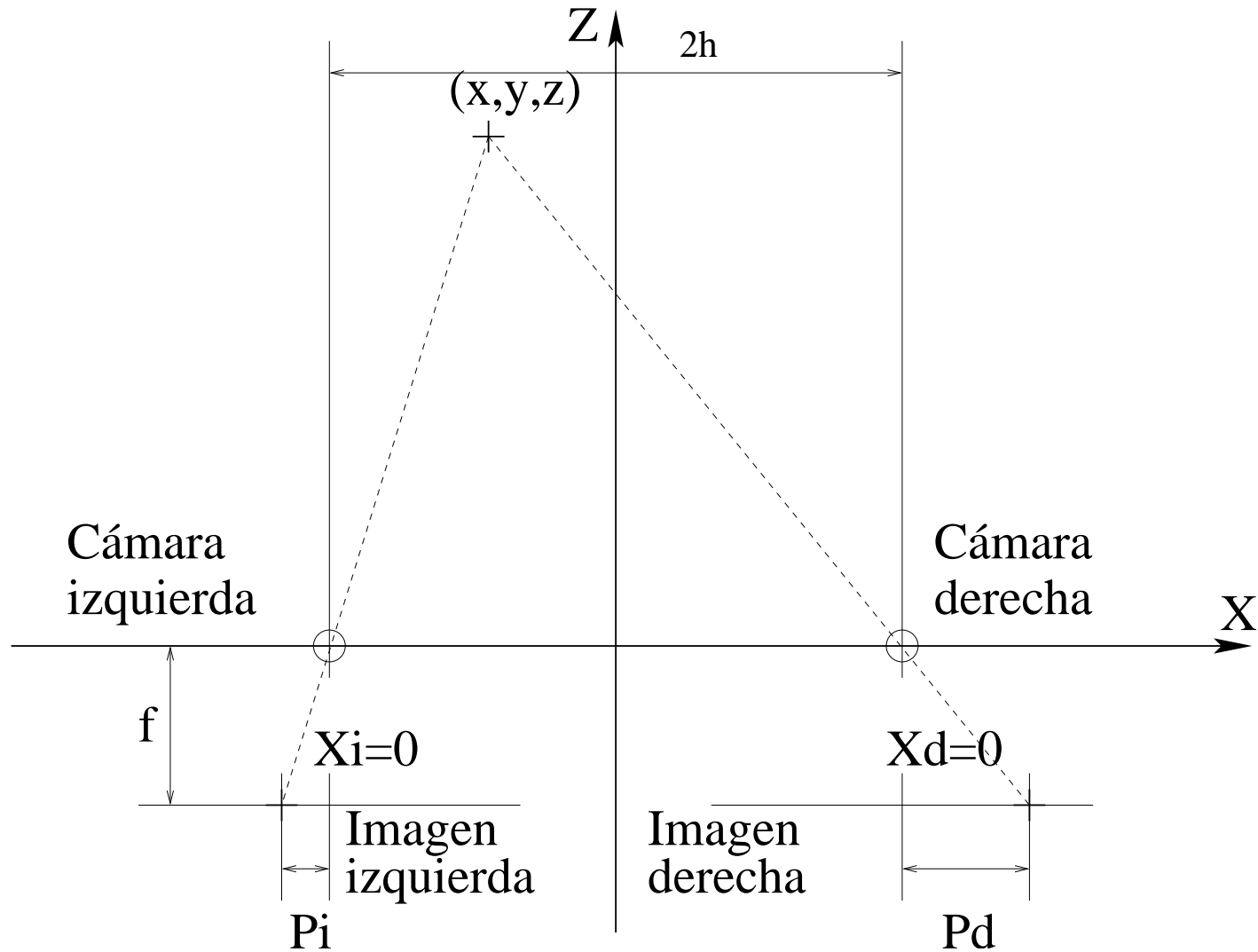
- ⑥ Mecanismo muy importante en muchos seres vivos.
- ⑥ Imposible en otros (paloma).
- ⑥ Se basa en el uso de dos o más sensores de geometría y posición relativa conocida.
- ⑥ En cada sensor se obtiene una imagen ligeramente distinta de la misma escena.
- ⑥ De la diferencia en la posición 2D del mismo punto 3D en distintas imágenes se obtiene la información 3D.
- ⑥ Datos del sistema:
 - △ Distancia focal.
 - △ Distancia entre sensores.
 - △ Ejes ópticos paralelos vs. convergentes.

Ejes ópticos paralelos.

- ⑥ Distancia entre sensores: $2h$
- ⑥ Distancia focal: f
- ⑥ P_i, P_d proyecciones izquierda y derecha del mismo punto $P(x, y, z)$.
- ⑥ Por semejanza de triángulos:
$$\frac{P_i}{f} = \frac{h+x}{z}$$
$$\frac{P_d}{f} = \frac{h-x}{z}$$
$$z = \frac{2hf}{P_d - P_i}$$
- ⑥ Si $P_d - P_i = 0$ el objeto está en el infinito..

El problema está en como buscar las correspondencias entre puntos.

Esquema.

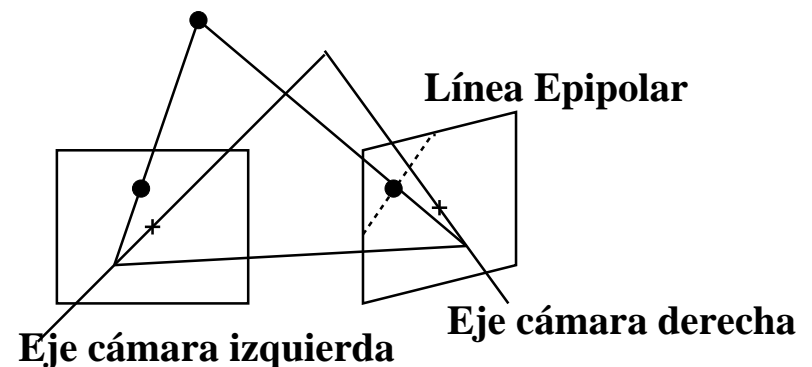
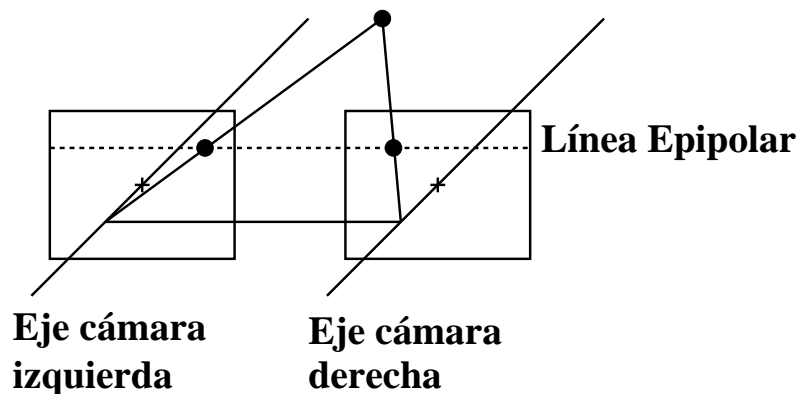


Algoritmo PMF.

Se parte de los contornos. Restricciones:

⑥ Restricción epipolar.

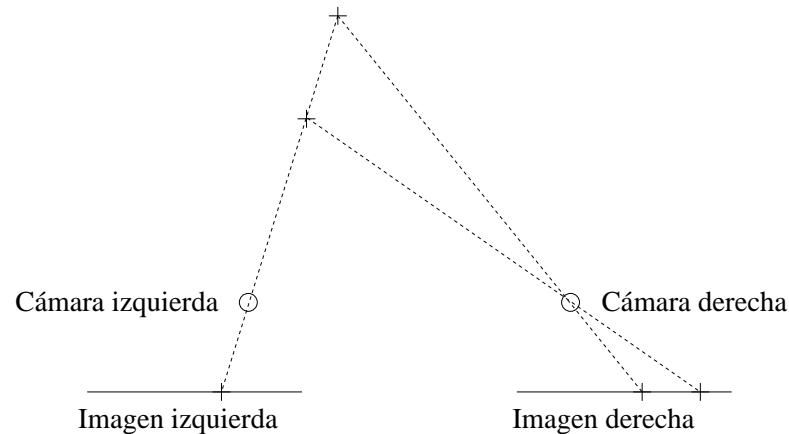
- △ La búsqueda sólo se realiza a lo largo de la línea epipolar.
- △ La línea epipolar es la intersección del plano epipolar y las imágenes.
- △ El plano epipolar está definido por las líneas de visión de cada punto en las dos cámaras.



Más restricciones

- ⑥ Correspondencia uno a uno.
 - △ Cierto salvo si existe oclusión.
 - △ Un punto que aparece en una imagen puede estar oculto en la otra.

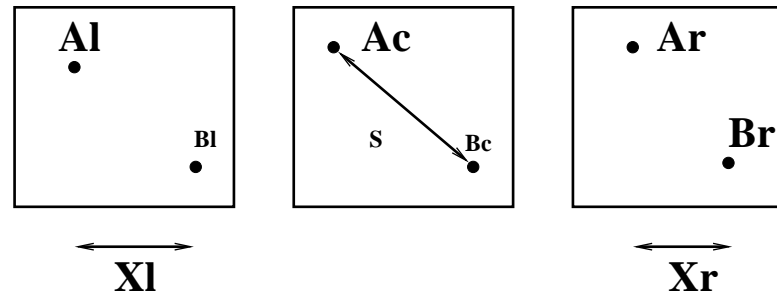
En la siguiente figura se observa este efecto:



Aún más restricciones

- ⑥ Límite del gradiente de disparidad: mide la disparidad relativa entre dos parejas de puntos.
- ⑥ Supongamos dos puntos 3D A y B . Se proyectan en la imagen izquierda como $A_l(a_{xl}, a_y)$ y $B_l(b_{xl}, b_y)$ y en la derecha como $A_r(a_{xr}, a_y)$ y $B_r(b_{xr}, b_y)$
- ⑥ Ejes paralelos \Rightarrow restricción epipolar \Rightarrow coordenadas en el eje y iguales.
- ⑥ Imagen ciclópea: formada por la media de las coordenadas, obteniéndose las expresiones siguientes: $A_c = \left(\frac{a_{xl} + a_{xr}}{2}, a_y \right)$ $B_c = \left(\frac{b_{xl} + b_{xr}}{2}, b_y \right)$

Separación ciclópea



- ⑥ distancia entre dos puntos en la imagen ciclópea.

$$S(A, B) = \sqrt{\left(\frac{a_{xl} + a_{xr}}{2} - \frac{b_{xl} + b_{xr}}{2}\right)^2 + (a_y - b_y)^2}$$
$$= \sqrt{\frac{1}{4}(x_l + x_r)^2 + (a_y - b_y)^2}$$

- ⑥ Distancia en disparidad: diferencia entre las disparidades de cada pareja de puntos.

$$D(A, B) = (a_{xl} - a_{xr}) - (b_{xl} - b_{xr}) =$$
$$(a_{xl} - b_{xl}) - (a_{xr} - b_{xr}) = x_l - x_r$$

Gradiente de disparidad

- Se define como el cociente entre la diferencia de disparidad y la separación ciclópea.

$$\Gamma(a, b) = \frac{D(A, B)}{S(A, B)} = \frac{x_l - x_r}{\sqrt{\frac{1}{4}(x_l + x_r)^2 + (a_y - b_y)^2}}$$

- En la práctica < 1 .
- Pequeñas diferencias en disparidad no son aceptables si los puntos están muy próximos en 3D.
- PMF utiliza un proceso de relajación:
 - Los posibles emparejamientos se puntúan de acuerdo con la coexistencia con otros que no violen ese límite.
 - Puntuaciones más altas \Rightarrow correctos, siguientes emparejamientos más verosímiles.

Descripción del algoritmo

1. Extraer las características a emparejar.
2. Para cada característica en una de las imágenes considerar los posibles emparejamientos en la otra, utilizando la restricción epipolar.
3. Para cada uno, incrementar su verosimilitud de acuerdo con otros con $\Gamma < 1$.
4. Cualquier emparejamiento con mayor puntuación para ambos pixels se considera correcto. Aplicar restricción de unicidad.
5. Volver al punto 2 y recalcular las puntuaciones.
6. Terminar cuando se hayan extraído todos los emparejamientos.

Otras alternativas

- ⑥ Utilizar el signo y la magnitud del gradiente.
- ⑥ Realizar un análisis multiresolución usando los emparejamientos a resoluciones mas groseras como punto de inicio del algoritmo a resoluciones más finas.
- ⑥ Similaridad o compatibilidad: si se utiliza un matching basado en intensidad, los vecindarios emparejados deben de estar fuertemente correlacionados.
- ⑥ Continuidad: superficies suaves \Rightarrow la disparidad de los emparejamientos debe variar suavemente a lo largo de la imagen.
- ⑥ Ordenación: si $m \leftrightarrow m'$ y $n \leftrightarrow n'$ y m está a la izquierda de n , entonces m' debería estar a la izquierda de n' .

Más de dos cámaras I

- ⑥ El paradigma de la visión estereoscópica se puede extender a cualquier número de cámaras y con cualquier disposición
- ⑥ Los puntos cuyas coordenadas tridimensionales se quieren conocer han de estar visibles en las cámaras utilizadas para los cálculos.
- ⑥ Una vez que se ha realizado el emparejamiento de los puntos, se pueden recuperar las coordenadas tridimensionales conociendo las matrices de proyección y un factor de escala.
- ⑥ Cámaras calibradas: $C = [q_{ij}]$ y $C' = [q'_{ij}]$ permiten proyectar un punto 3D (x, y, z) en dos puntos (u, v) y (u', v') , uno en cada imagen.

Más de de dos cámaras II

$$C \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} su \\ sv \\ s \end{bmatrix}; C' \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s'u' \\ s'v' \\ s' \end{bmatrix}$$

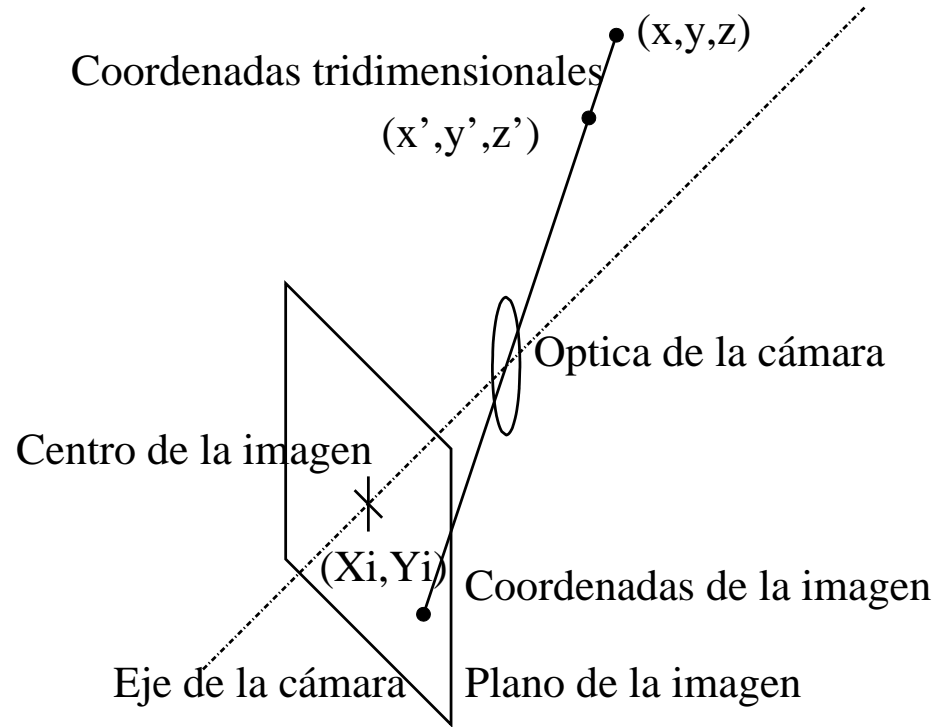
Eliminando s y s' se obtiene el sistema de ecuaciones sobredeterminado siguiente:

$$\begin{bmatrix} q_{11} - uq_{31} & q_{12} - uq_{32} & q_{13} - uq_{33} \\ q_{21} - vq_{31} & q_{22} - vq_{32} & q_{23} - vq_{33} \\ q'_{11} - u'q'_{31} & q'_{12} - u'q'_{32} & q'_{13} - u'q'_{33} \\ q'_{21} - v'q'_{31} & q'_{22} - v'q'_{32} & q'_{23} - v'q'_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = [u - q_{14}, v - q_{24}, u' - q'_{14}, v' - q'_{24}]'$$

Calibración de cámaras intro I.

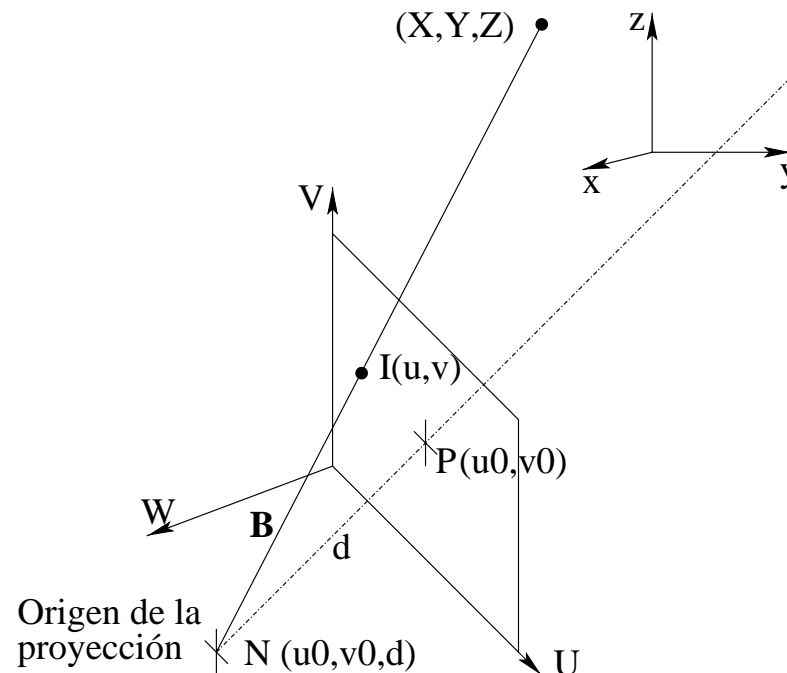
- ⑥ Obtención de los parámetros que permiten conocer en que punto de la imagen se proyecta cada uno de los puntos visibles de la escena.
- ⑥ Algunos fabricantes suministran parte de estos parámetros (como la distancia focal).
- ⑥ Otros no son conocidos de forma completa
- ⑥ Pueden ser cambiados por el usuario
- ⑥ Proceso necesario para poder aplicar estéreo.

Calibración de cámaras intro II.



Transformada Lineal Directa I.

- ⑥ Método debido a Abdel-Aziz y Karara.
- ⑥ Análisis mediante geometría proyectiva.
- ⑥ En esencia se trata de un cambio de coordenadas.



Transformada Lineal Directa II.

- Los vectores definidos por los puntos N, I y por los puntos N, O son colineales.
- Sea \vec{B} el primero y \vec{A} el segundo.
- La colinealidad se expresa como $\vec{A} = c\vec{B}$
- Componentes del vector \vec{B} en el sistema de coordenadas de la imagen: $(U - U_0, V - V_0, -d)$
- N en el sistema de referencia espacial es (x_0, y_0, z_0)
 $\Rightarrow \vec{A}$ en el mismo sistema de coordenadas es $(x - x_0, y - y_0, z - z_0)$

Transformada Lineal Directa III.

Para aplicar la condición de colinealidad, es necesario que ambos vectores estén expresados en el mismo sistema de referencia.

$$A^i = R \cdot A = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \cdot A$$

Sustituyendo en la condición de colinealidad:

$$\begin{bmatrix} U - U_0 \\ V - V_0 \\ -d \end{bmatrix} = cA^i = c \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \\ z - z_0 \end{bmatrix}$$

Transformada Lineal Directa IV

Desarrollando la expresión anterior se tiene el sistema de ecuaciones siguiente:

$$U - U_0 = c[r_{11}(x - x_0) + r_{12}(y - y_0) + r_{13}(z - z_0)]$$

$$V - V_0 = c[r_{21}(x - x_0) + r_{22}(y - y_0) + r_{23}(z - z_0)]$$

$$-d = c[r_{31}(x - x_0) + r_{32}(y - y_0) + r_{33}(z - z_0)]$$

Despejando el factor de escala c y sustituyendo en el sistema anterior:

$$U - U_0 = -d \frac{[r_{11}(x-x_0) + r_{12}(y-y_0) + r_{13}(z-z_0)]}{r_{31}(x-x_0) + r_{32}(y-y_0) + r_{33}(z-z_0)}$$

$$V - V_0 = -d \frac{[r_{21}(x-x_0) + r_{22}(y-y_0) + r_{23}(z-z_0)]}{r_{31}(x-x_0) + r_{32}(y-y_0) + r_{33}(z-z_0)}$$

Las ecuaciones siguientes transforman las unidades del sensor (m., cm. ...) en unidades de la digitalizadora (pixels):

$$U - U_0 = \lambda_u(u - u_0); \quad V - V_0 = \lambda_v(v - v_0)$$

Transformada Lineal Directa V

Obteniéndose:

$$u - u_0 = \frac{-d [r_{11}(x-x_0) + r_{12}(y-y_0) + r_{13}(z-z_0)]}{\lambda_u [r_{31}(x-x_0) + r_{32}(y-y_0) + r_{33}(z-z_0)]}$$
$$v - v_0 = \frac{-d [r_{21}(x-x_0) + r_{22}(y-y_0) + r_{23}(z-z_0)]}{\lambda_v [r_{31}(x-x_0) + r_{32}(y-y_0) + r_{33}(z-z_0)]}$$

Reordenando las ecuaciones anteriores se obtienen la relación entre coordenadas espaciales y de la imagen en función de 11 parámetros, conocidos como parámetros DLT:

$$u = \frac{L_1x + L_2y + L_3z + L_4}{L_9x + L_{10}y + L_{11}z + 1}$$
$$v = \frac{L_5x + L_6y + L_7z + L_8}{L_9x + L_{10}y + L_{11}z + 1}$$

Si se tiene en cuenta la distorsión introducida por las lentes:

$$u + \delta u = \frac{L_1x + L_2y + L_3z + L_4}{L_9x + L_{10}y + L_{11}z + 1}; \quad v + \delta v = \frac{L_5x + L_6y + L_7z + L_8}{L_9x + L_{10}y + L_{11}z + 1}$$

Cálculo de los parámetros I.

Como se calculan L_i ?

Si se dispone de las coordenadas 3D de un punto (x, y, z) y de la proyección en la imagen (u, v) , reordenando respecto a L_i , las incógnitas a calcular:

$$\begin{bmatrix} x & y & z & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -ux & -uy & -uz \\ 0 & 0 & 0 & 0 & x & y & z & 1 & -vx & -vy & -vz \\ \xi r^2 R & \xi r^4 R & \xi r^6 R & \xi \eta R & (r^2 + 2 * \xi^2) R \\ \eta r^2 R & \eta r^4 R & \eta r^6 R & \eta \xi R & (r^2 + 2 * \eta^2) R \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ \dots \\ L_{15} \\ L_{16} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix}$$

Cálculo de los parámetros II

$$\xi = u - u_0; \eta = v - v_0; r^2 = \xi^2 + \eta^2; R = L_9x + L_{10}y + L_{11}z + 1$$

Del sistema anterior se deduce el número de puntos de control necesarios en función del número de parámetros

$2 * \text{ptos control} > \text{número parámetros}$

N	n
11	6
12	6
14	7
16	8

L_{12} a L_{14} relacionados con la distorsión de la óptica.

L_{15} y L_{16} relacionados con el descentrado.

Cálculo de los parámetros III

Si se desea calcular exclusivamente los once primeros parámetros de la cámara, se descartan las columnas correspondientes a los parámetros L_{12} hasta L_{16} en el sistema de ecuaciones anterior y se resuelve el sistema sobredeterminado mediante el método de la pseudo inversa.

$$XL = Y$$

$$L = (X^t X)^{-1} (X^t Y)$$

Cálculo de los parámetros IV

Cálculo de L_{12} a L_{16} : las columnas de la matriz de coeficientes están expresadas en función de los parámetros L_9 a L_{11} y por lo tanto estos aparecen en ambos miembros del sistema de ecuaciones.

1. Se calculan L_1 a L_{11} utilizando el método de la pseudoinversa.
2. Se calcula $R = L_9x + L_{10}y + L_{11}z + 1$, se sustituye en el sistema de 16 incógnitas
3. Se resuelve el sistema para L_1 a L_{16} .
4. Se calcula un nuevo R con los nuevos parámetros obtenidos.
5. Si la solución no ha convergido volver a 3.

Cálculo de las coordenadas 3D I.

Una vez calculados los parámetros L_i se pueden calcular las coordenadas 3D a partir de al menos dos coordenadas 2D correspondientes.

$$\begin{bmatrix} L_1 - \alpha L_9 & L_2 - \alpha L_{10} & L_3 - \alpha L_{11} \\ L_5 - \alpha L_9 & L_6 - \alpha L_{10} & L_7 - \alpha L_{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} L_4 - \alpha \\ L_8 - \beta \end{bmatrix}$$

$$\alpha = u - \delta u;$$

$$\beta = v - \delta v$$

$$\delta u = \xi(L_{12}r^2 + L_{13}r^4 + L_{14}r^6) + l_{15}\xi\eta + L_{16}(r^2 + 2\xi^2)$$

$$\delta v = \eta(L_{12}r^2 + L_{13}r^4 + L_{14}r^6) + l_{15}\eta\xi + L_{16}(r^2 + 2\eta^2)$$

Cálculo de las coordenadas 3D II.

El sistema anterior posee tres incógnitas, de modo que se necesitan al menos dos cámaras para poder resolverlo.

$$\begin{bmatrix}
 L_1^1 - \alpha^1 L_9^1 & L_2^1 - \alpha^1 L_{10}^1 & L_3^1 - \alpha^1 L_{11}^1 \\
 L_5^1 - \alpha^1 L_9^1 & L_6^1 - \alpha^1 L_{10}^1 & L_7^1 - \alpha^1 L_{11}^1 \\
 \dots & \dots & \dots \\
 L_1^m - \alpha^m L_9^m & L_2^m - \alpha^m L_{10}^m & L_3^m - \alpha^m L_{11}^m \\
 L_5^m - \alpha^m L_9^m & L_6^m - \alpha^m L_{10}^m & L_7^m - \alpha^m L_{11}^m
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 x \\
 y \\
 z
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 L_4^1 - \alpha^1 \\
 L_8^1 - \beta^1 \\
 \dots \\
 L_4^m - \alpha^m \\
 L_8^m - \beta^m
 \end{bmatrix}$$

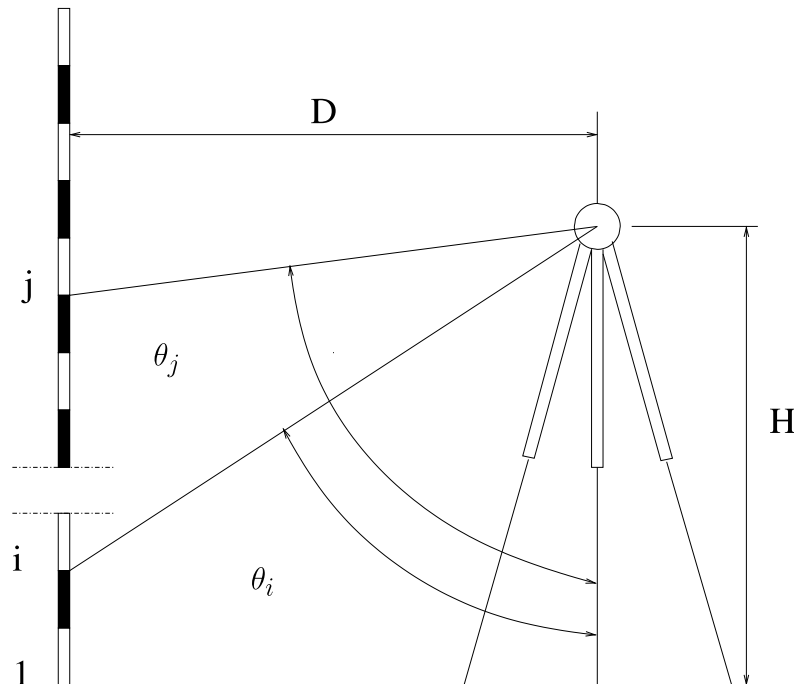
Consideraciones prácticas.

- ⑥ El objeto de control ha de cubrir la totalidad del espacio en donde se ubicarán los objetos a analizar. El sistema extrapola mal.
- ⑥ Los puntos de control no deben de ser coplanares.
- ⑥ Después no se puede alterar ninguno de los parámetros, enfoque, orientación, posición...
- ⑥ A mayor número de puntos de control (distribuidos uniformemente) mayor precisión.
- ⑥ El sistema permite utilizar más de dos cámaras. A mayor número de cámaras mayor robustez.
- ⑥ Evitar configuraciones en las que los ejes estén prácticamente alineados y las cámaras enfrentadas.

Obtención de puntos de control I.

Útiles topográficos

El uso de un teodolito y de una barra graduada de las usadas permite obtener las coordenadas tridimensionales de cuantos puntos se desee.



Obtención de puntos de control II.

El ángulo ϕ es el ángulo entre el eje x y la línea que une el origen de coordenadas con la base de la barra.

$$D_{ij} = \frac{(j-i)L}{\cot\theta_i - \cot\theta_j}$$

$$H_{ij} = D_{ij}\cot\theta_i + (i-1)L$$

$$D = \frac{\sum_{ij} D_{ij}}{N}$$

$$H = \frac{\sum_{ij} H_{ij}}{N}$$

$$x_i = D\cos\phi$$

$$y_i = D\sin\phi$$

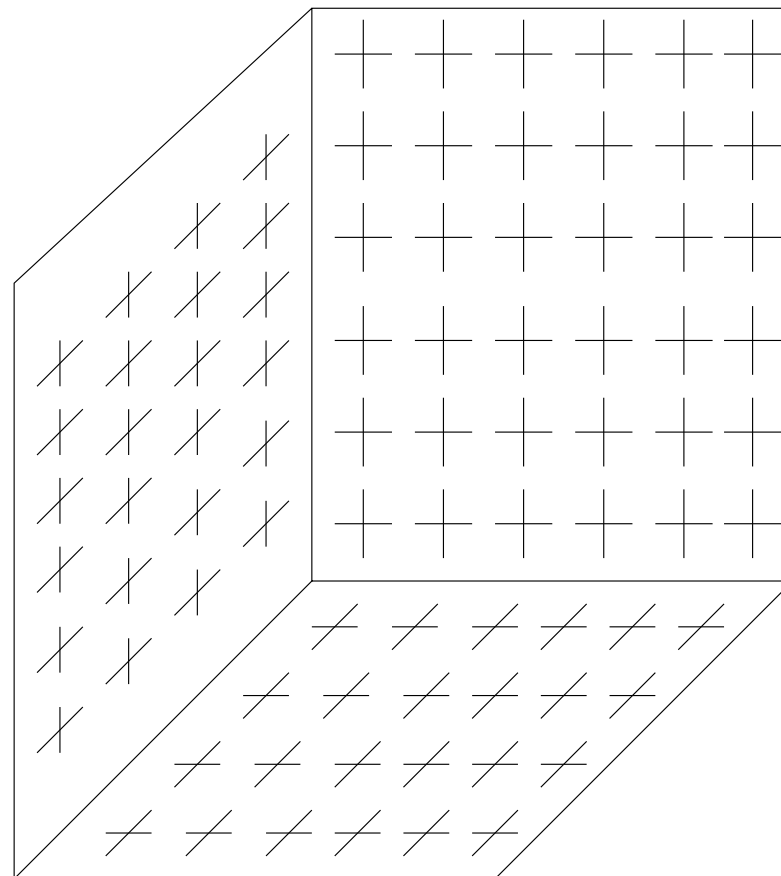
$$z_i = (i-1)L + (H - H_1)$$

Obtención de los puntos de control

III.

Triedro (cubo abierto) con marcas

Se sitúa en el volumen a analizar un triedro con marcas en coordenadas conocidas.



Obtención de los puntos de control

IV.

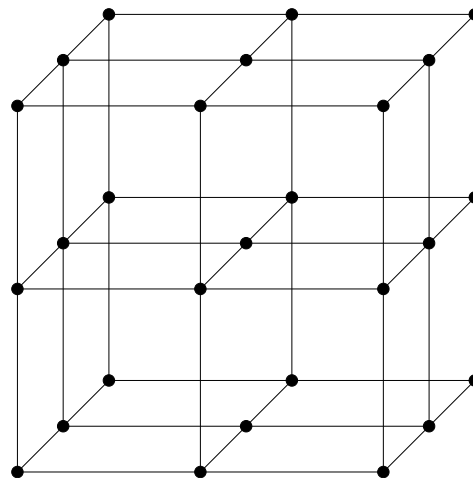
Wire frame.

Se trata de realizar las aristas de un sólido (por ejemplo un cubo) con algún tipo de barras.

Los vértices del cubo son los puntos de control.

Otra variante: colgar hilos del techo de la instalación.

Sobre estos hilos se sitúan esferas de color destacado que sirven como puntos de control.



Transformada Lineal Directa Modificada I.

- ⑥ La DLT estándar consta de 11 parámetros, L_1 a L_{11}
- ⑥ El número de parámetros independientes del modelo es 10: $x_0, y_0, z_0, u_0, v_0, d_u, d_v$ y los tres ángulos que identifican la orientación de la cámara.
- ⑥ Uno de los parámetros L_i depende de los otros 10.
- ⑥ Esta dependencia es no lineal y responde a la ecuación siguiente:

$$(L_1L_5 + L_2 + L_3L_7)(L_9^2 + L_{10}^2 + L_{11}^2) = (L_1L_9 + L_2L_{10} + L_3L_{11})(L_5L_9 + L_6L_{10} + L_7 + L_{11})$$

Transformada Lineal Directa Modificada II.

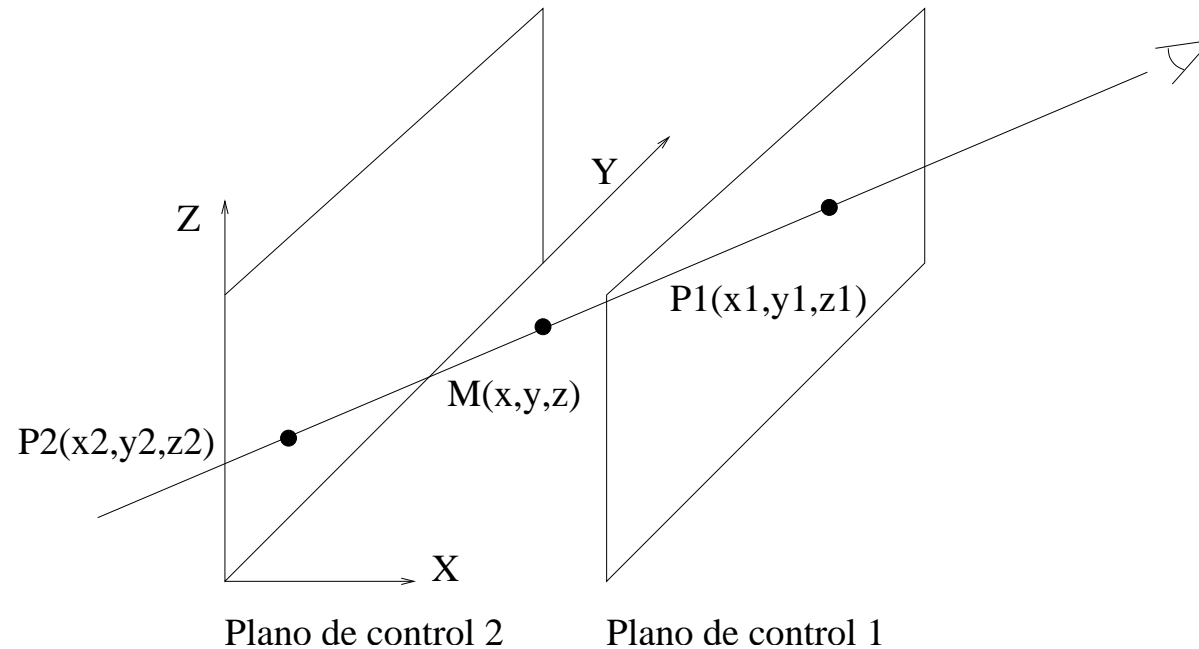
Algoritmo MDLT propuesto por Hatze.

1. Calcular los 11 parámetros DLT usando el algoritmo convencional.
2. Eliminar del sistema uno de los parámetros, sustituyéndolo por el valor obtenido anteriormente. Obtener los 10 parámetros restantes.
3. Obtener el parámetro eliminado utilizando la ecuación de la transparencia anterior.
4. Volver al segundo paso hasta que se obtenga una solución estable.

Hatze propone incorporar la dependencia no lineal en una etapa previa y así elabora el método denominado Transformada Lineal Directa Modificada no Lineal.

Método del doble plano I.

Es una variación del método 2D DLT usando dos planos de control, propuesto por Drenk.



El algoritmo 2D DLT se usa para obtener las coordenadas de la intersección de la línea de visión de un determinado punto a medir con los dos planos de control.

Método del doble plano II.

El propio punto y las mencionadas intersecciones satisfacen la condición de colinealidad, luego se cumplen las ecuaciones siguientes:

$$(y_2 - y_1)x - (x_2 - x_1)y = x_1(y_2 - y_1) - y_1(x_2 - x_1)$$

$$(z_2 - z_1)x - (x_2 - x_1)z = x_1(z_2 - z_1) - z_1(x_2 - x_1)$$

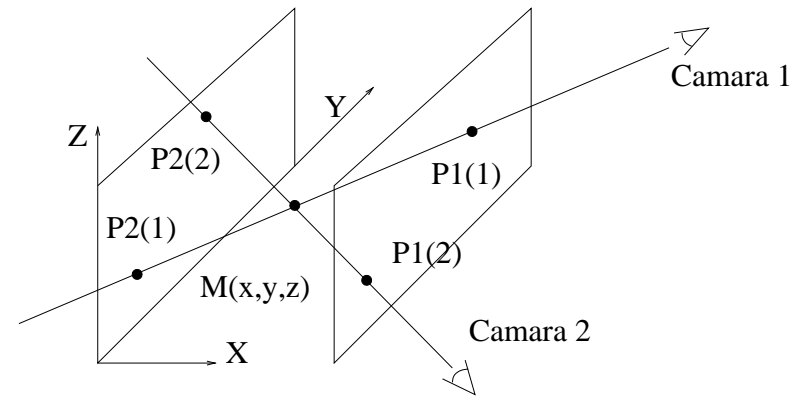
Matricialmente:

$$\begin{bmatrix} y_2 - y_1 & -(x_2 - x_1) & 0 \\ z_2 - z_1 & 0 & -(x_2 - x_1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} x_1(y_2 - y_1) - y_1(x_2 - x_1) \\ x_1(z_2 - z_1) - z_1(x_2 - x_1) \end{bmatrix}$$

Método del doble plano III.

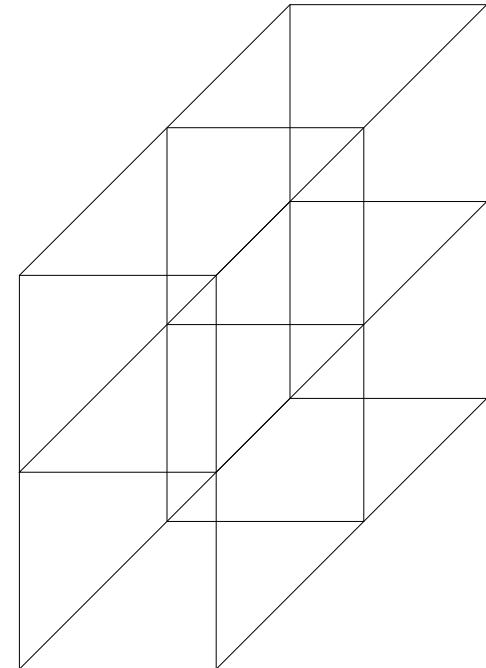
Son necesarias al menos dos cámaras:



$$\begin{bmatrix} y_2^{(1)} - y_1^{(1)} & -(x_2^{(1)} - x_1^{(1)}) & 0 \\ z_2^{(1)} - z_1^{(1)} & 0 & -(x_2^{(1)} - x_1^{(1)}) \\ y_2^{(2)} - y_1^{(2)} & -(x_2^{(2)} - x_1^{(2)}) & 0 \\ z_2^{(2)} - z_1^{(2)} & 0 & -(x_2^{(2)} - x_1^{(2)}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1^{(1)}(y_2^{(1)} - y_1^{(1)}) - y_1^{(1)}(x_2^{(1)} - x_1^{(1)}) \\ x_1^{(1)}(z_2^{(1)} - z_1^{(1)}) - z_1^{(1)}(x_2^{(1)} - x_1^{(1)}) \\ x_1^{(2)}(y_2^{(2)} - y_1^{(2)}) - y_1^{(2)}(x_2^{(2)} - x_1^{(2)}) \\ x_1^{(2)}(z_2^{(2)} - z_1^{(2)}) - z_1^{(2)}(x_2^{(2)} - x_1^{(2)}) \end{bmatrix}$$

DLT Localizada.

- ⑥ Refracción: fenómeno no lineal. De importancia en aplicaciones submarinas.
- ⑥ División del espacio en subvolumenes \Rightarrow aplicar DLT a cada uno.
- ⑥ Se obtienen tantos conjuntos de parámetros DLT como subdivisiones.
- ⑥ En la etapa de reconstrucción se utilizan los conjuntos de parámetros que correspondan a cada subdivisión.



Método de Tsai I.

Describe varias transformaciones que modelizan cada uno de los pasos que ocurren en el conjunto de óptica, ccd y digitalizador con el fin de obtener una imagen digital.

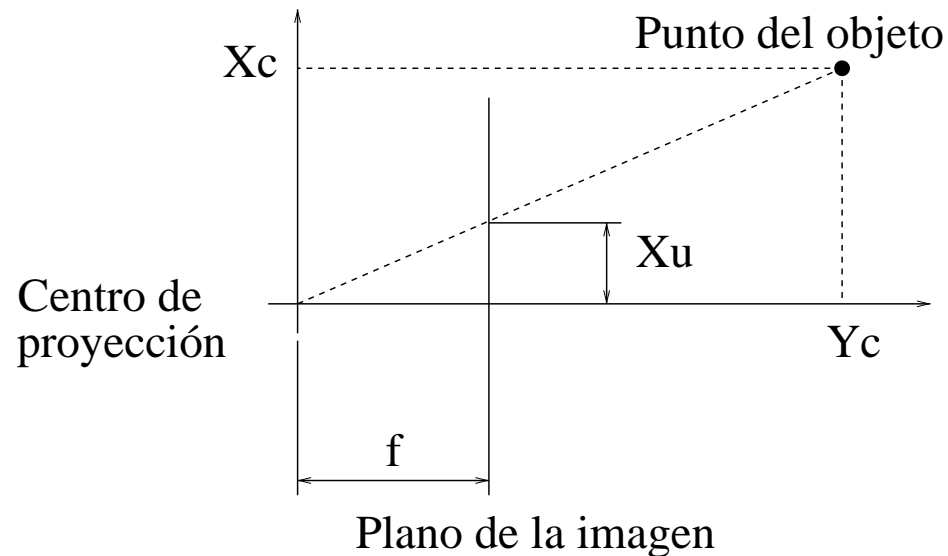
<i>Transformación</i>	<i>Entrada</i>	<i>Nombre</i>
<i>Transf Afín</i>	(X_w, Y_w, Z_w)	<i>Coord espacio</i>
<i>Proy Central</i>	(X_c, Y_c, Z_c)	<i>Coord cámara</i>
<i>Dist de las lentes</i>	(x_u, y_u)	<i>Coord no dist</i>
<i>Trans del centro</i>	(x_d, y_d)	<i>Coord dist</i>
<i>Escaneo del CCD</i>	(x_s, y_s)	<i>Coord sensor</i>
<i>Digitalizador</i>	(x_f, y_f)	<i>Coord digit</i>

Método de Tsai II.

La transformación del eje de coord del objeto al de la cámara es:

$$\begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \\ Z_c \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \end{bmatrix} + T$$
$$R = R_x R_y R_z = \begin{bmatrix} r_1 & r_2 & r_3 \\ r_4 & r_5 & r_6 \\ r_7 & r_8 & r_9 \end{bmatrix}$$
$$T = \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{bmatrix}$$

Método de Tsai III.



Obtención de la imagen sin distorsión:

$$x_u = \frac{fX_c}{Z_c}; \quad y_u = \frac{fY_c}{Z_c}$$

Distorsión de la imagen:

$$x_u = x_d + D_x$$

$$y_u = y_d + D_y$$

$$D_x = x_d(k_1r^2 + k_2r^4)$$

$$D_y = y_d(k_1r^2 + k_2r^4)$$

$$r = \sqrt{x_d^2 + y_d^2}$$

Centrado: Traducción bidimensional.

Coord digitalizador:

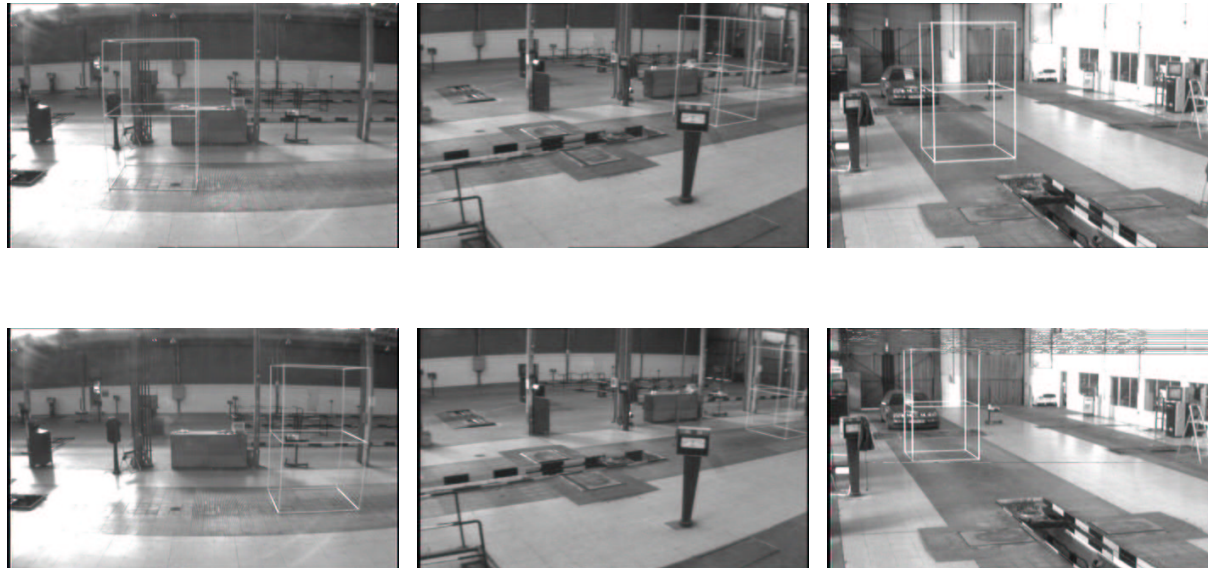
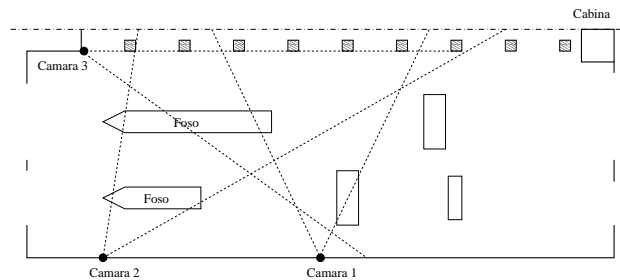
$$x_f = \frac{s_x x_d}{d'_x} + C_x$$

$$y_f = \frac{y_d}{d_y} + C_y$$

$$d'_x = d_x \frac{N_{cx}}{N_{fx}}$$

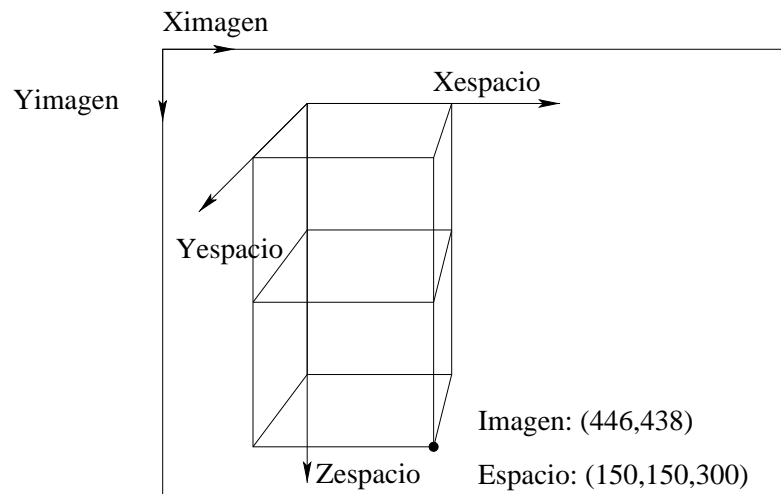
Caso práctico I.

Medición de cotas de vehículos.



Caso práctico II.

- ⑥ Dimensiones $150 \times 150 \times 300$
- ⑥ 12 puntos de control (vértices).
- ⑥ Se sitúa en dos posiciones separadas 300 cm. en x
- ⑥ Ejes de coordenadas utilizados:



Shape from shading.



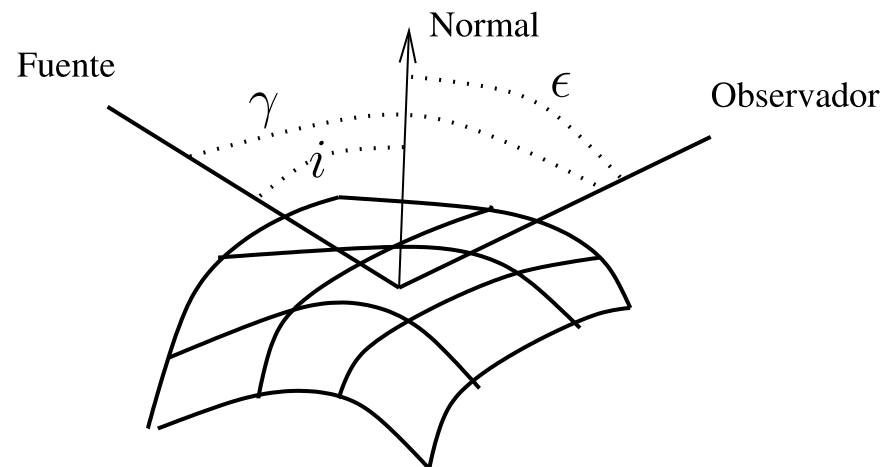
- ⑥ Información tridimensional a partir de patrones de brillo.
- ⑥ Factores:
 - △ Iluminación: orientación, intensidad.
 - △ Propiedades de reflectancia de la superficie: como reflejan la luz las distintas superficies:
 - En función del ángulo de incidencia: especulares y lambertianas.
 - Independientemente del ángulo de incidencia: mate.
 - △ Orientación de la superficie: varía la cantidad de luz que refleja.

Iluminación, propiedades ctes \Rightarrow 3D función de intensidad.

Función de reflectancia I .

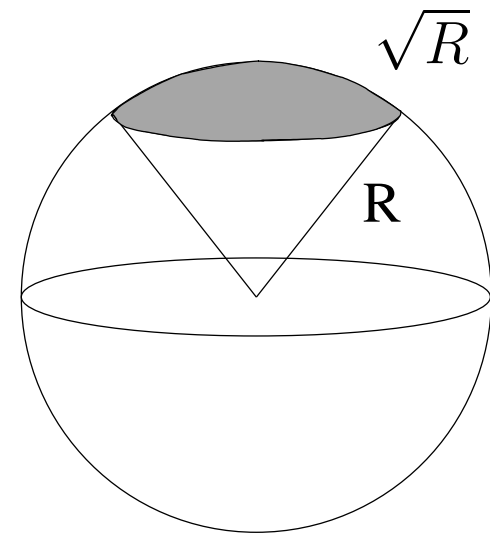
Dada iluminación y propiedades superficie, la luz reflejada depende de los ángulos:

- ⑥ Entre la luz y la normal a la superficie, i .
- ⑥ Entre el observador y la normal a la superficie, ϵ .
- ⑥ Entre el rayo de luz incidente y reflejado, γ .



Función de reflectancia II.

- ⑥ $\phi(i, \epsilon, \gamma)$: fracción de luz incidente reflejada hacia el observador, por unidad de superficie, por unidad de ángulo sólido.
- ⑥ Angulo sólido: expresión cuantitativa de la apertura de un cono.
- ⑥ Medida: estéreo radian (Sr).
- ⑥ 1 Sr=ángulo sólido tal que el área subtendida en una esfera centrada en el pto = raíz cuadrada del radio de esa esfera.



Función de reflectancia III.

Función de reflectancia de diferentes tipos de superficies:

⑥ Superficie especular:

$$\begin{cases} \phi(i, \epsilon, \gamma) = 1 & \text{si } i = \epsilon \text{ y } i + \epsilon = \gamma \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

⑥ Superficie Lambertiana:

$$\phi(i, \epsilon, \gamma) = \cos(i)$$

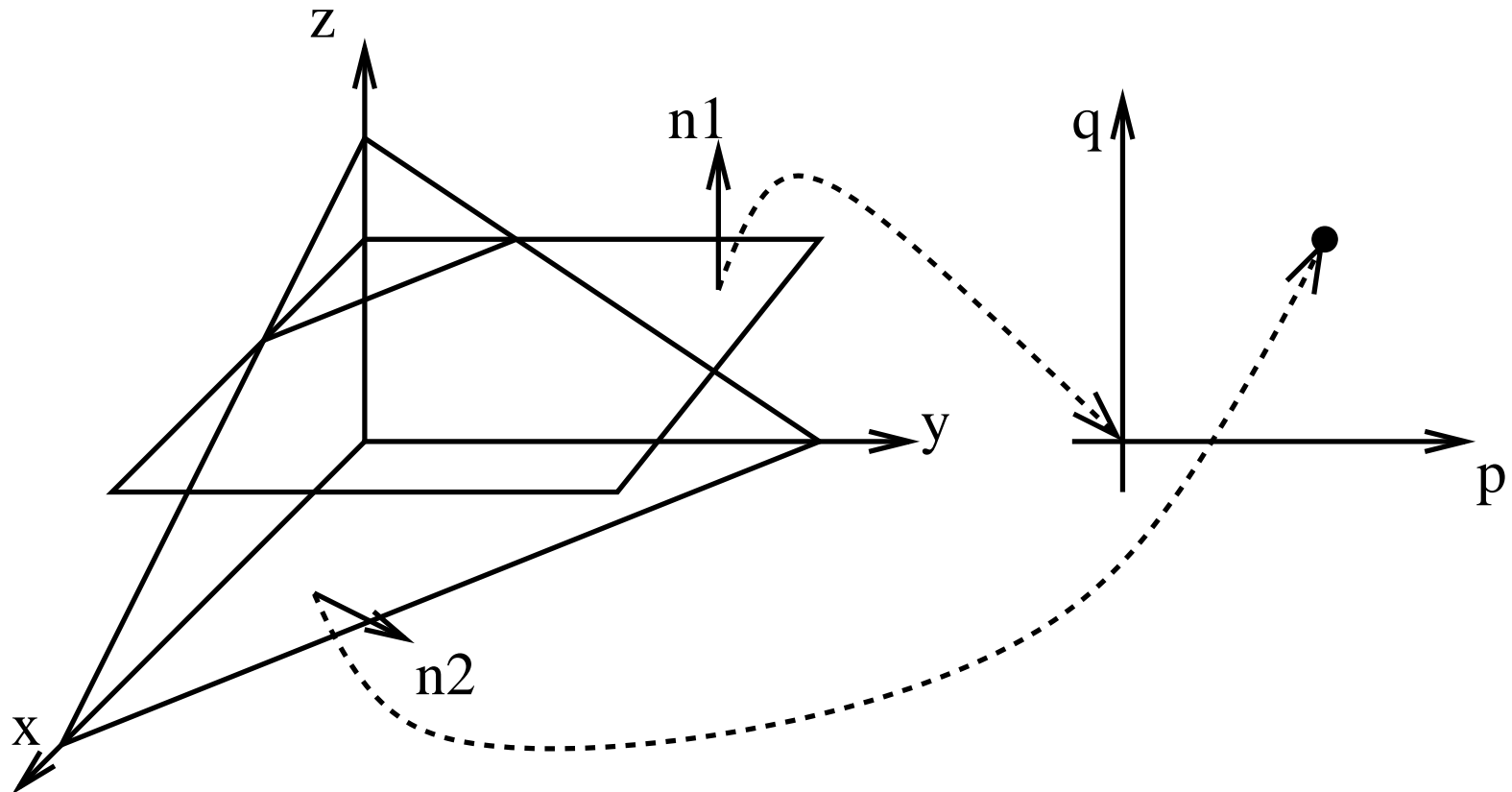
⑥ Superficie mate:

$$\phi(i, \epsilon, \gamma) = k$$

El espacio de gradiente I.

- ⑥ Forma de expresar la orientación de una superficie.
- ⑥ Normal en un punto: (n_x, n_y, n_z)
- ⑥ Vector paralelo: $(\frac{n_x}{n_y}, \frac{n_y}{n_z}, 1)$
- ⑥ Si el 1 es implícito: $(\frac{n_x}{n_y}, \frac{n_y}{n_z}) = (p, q)$
- ⑥ Plano de la imagen: $z = 0$
- ⑥ $(0, 0)$ origen del espacio de gradiente = $(0, 0, 1)$
orientación de los planos paralelos al de la imagen.
- ⑥ La inclinación aumenta con p y q .

El espacio de gradiente II.

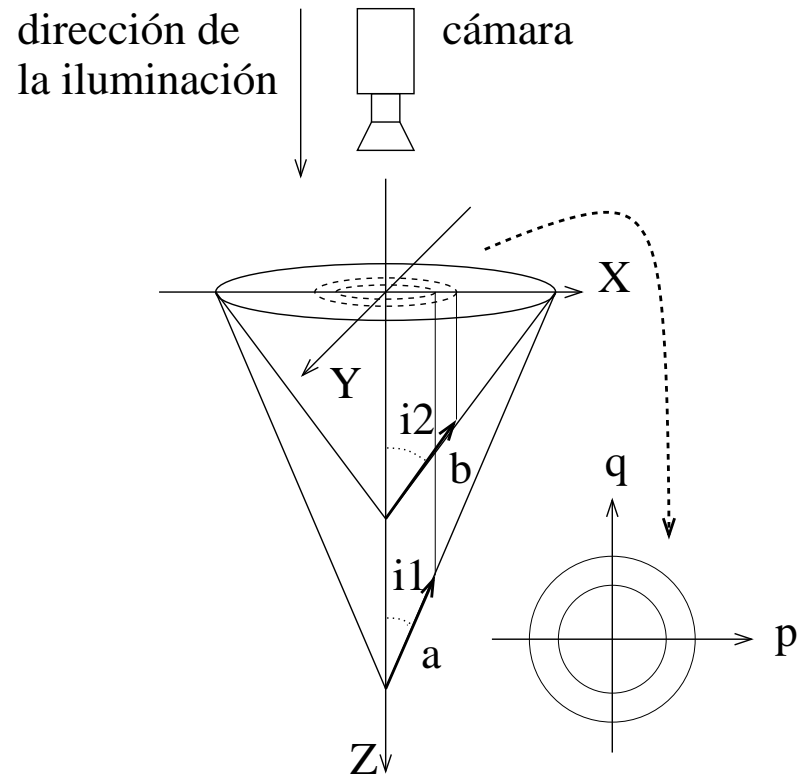


Mapa de reflectancia.

Infinitas orientaciones para una misma intensidad.
Supongamos:

- ⑥ Superficie lambertiana.
- ⑥ Iluminación paralela a la cámara.

Mapa de reflectancia:
Lugar geométrico de (p, q) tales que producen igual intensidad.



Algoritmo shape from shading.



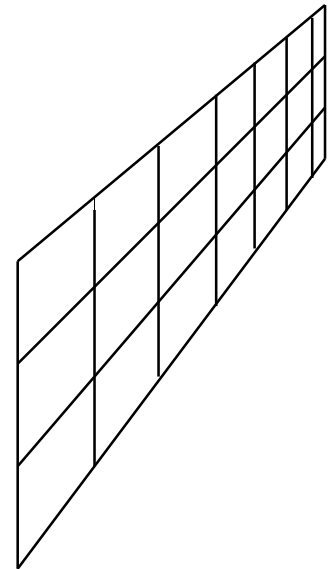
Suposición adicional: superficie suave, puntos próximos tienen orientación parecida.

1. Para cada pixel (x, y) seleccionar una orientación inicial $p^0(x, y), q^0(x, y)$.
2. Aplicar dos restricciones:
 - a) Intensidad observada $f(x, y)$ próxima a la predicha por el mapa de reflectancia $R(p, q)$ (conocimiento de las propiedades de la superficie y la iluminación)
 - b) p y q varían despacio $\Rightarrow \nabla^2 p$ y $\nabla^2 q \downarrow$
3. Minimizar (m. Lagrange) $\sum_{(x,y)} E(x, y)$ donde
$$E(x, y) = (f(x, y) - R(p, q))^2 + \lambda((\nabla^2 p)^2 + (\nabla^2 q)^2)$$

Forma a partir de textura I.

Existen evidencias psico-físicas de que los seres humanos extraemos información 3D a partir de la textura de las superficies de los objetos. Dos efectos:

- ⑥ La orientación de la superficie causa una distorsión en la primitiva de la textura (texel).
- ⑥ El tamaño relativo de las primitivas varía en función de la distancia al observador.



Forma a partir de textura II.



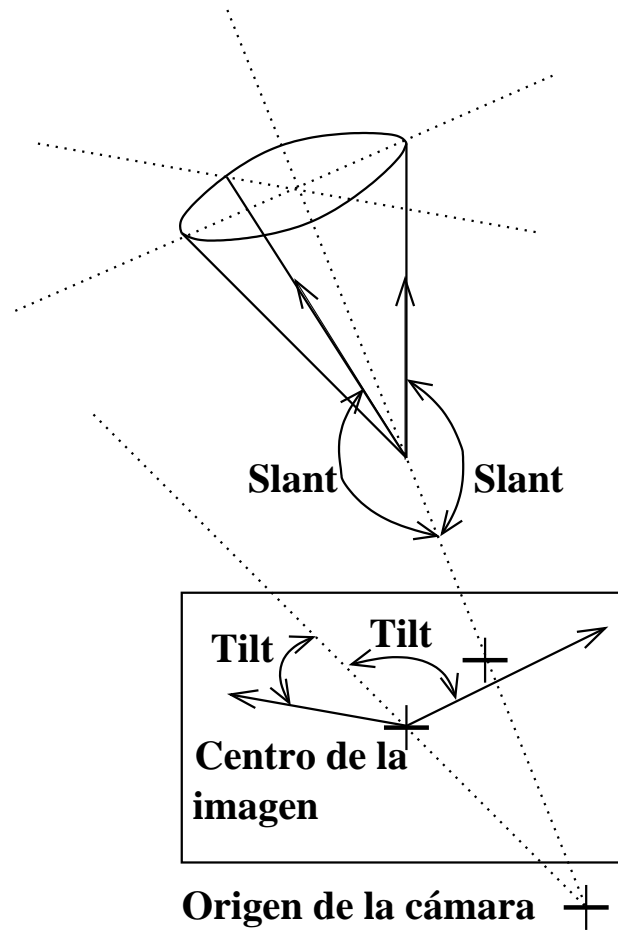
Considerando:

- ⑥ Superficie texturada
- ⑥ Recubierta con idénticas primitivas, detectadas previamente.

Propiedades de esas primitivas respecto al observador:

- ⑥ Distancia al observador.
- ⑥ Slant: ángulo entre la normal a la superficie y la línea de visión.
- ⑥ Tilt: dirección en la que se produce el ángulo anterior.

Forma a partir de textura II.



Forma a partir de textura IV.



Gradiente de textura:

- ⑥ Análogo del gradiente de intensidad.
- ⑥ Proporciona la dirección en la que el tamaño de los texels varía más rápidamente.
- ⑥ Proporciona una medida de la rapidez de esa variación.

Utilizamos el G.T. como dato para recuperar:

- ⑥ Distancia
- ⑥ Tilt=dirección del G.T.

El ángulo de slant se obtiene en función de los otros dos.

Forma a partir de textura V.

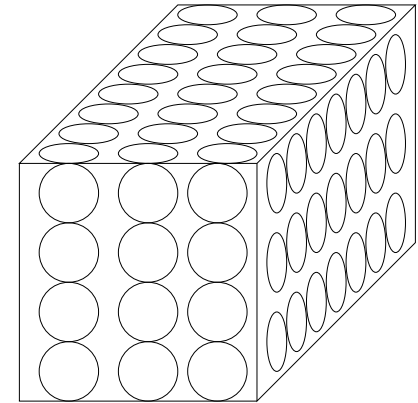
Texturas simples, figuras geométricas conocidas. Permiten recuperar fácilmente:

- ⑥ Los ángulos de slant y tilt.
- ⑥ La distancia.

Ejemplo: círculos de igual tamaño.

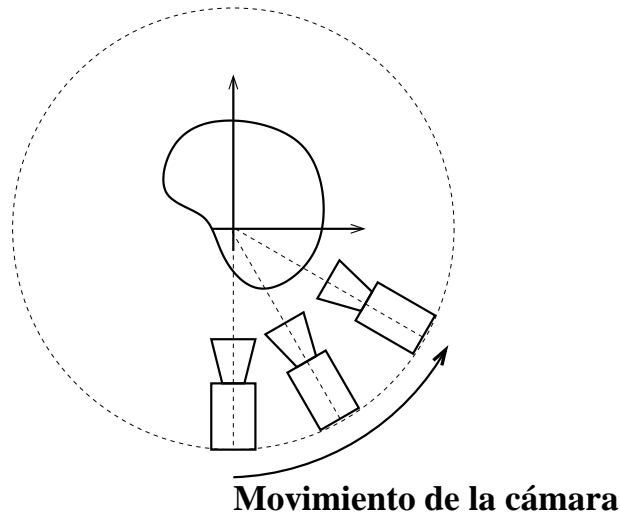
- ⑥ Escenas a gran escala con texturas también a gran escala:
- ⑥ Información sobre la geometría a gran escala.

Ejemplo: ciudad.



Forma a partir de siluetas I.

- ⑥ Información 3D a partir de la silueta de un objeto recortada contra el fondo.
- ⑥ Se usa una cámara rotando alrededor del objeto.



Forma a partir de siluetas II.



Si un punto P cumple que:

- ⑥ No está ocluido
- ⑥ La normal en P es paralela al plano de la imagen

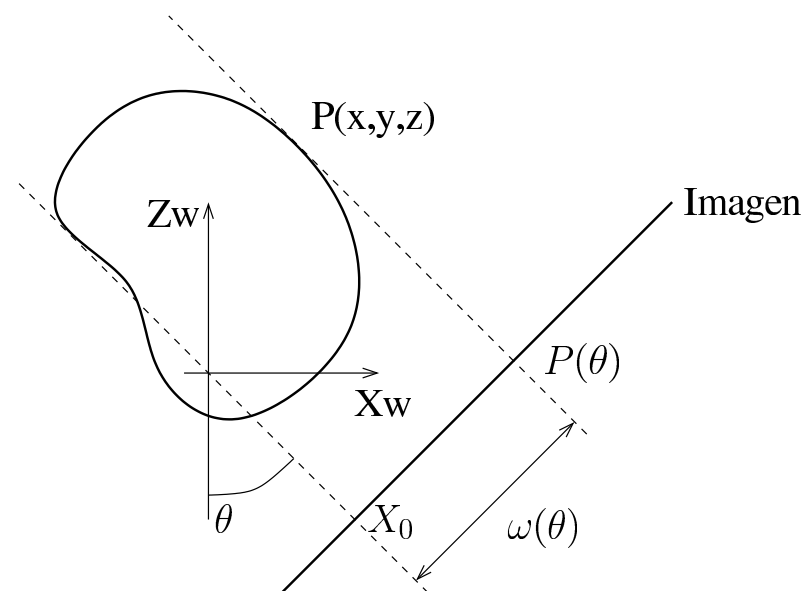
⇒ se proyecta en la imagen en el borde del objeto.

- ⑥ *Siluetas: Lugar geométrico de los pixels de una imagen que son proyección de puntos de la superficie del objeto que no están ocluidos y cuya normal es paralela al plano de la imagen.*

Forma a partir de siluetas III.

Premisas:

- ⑥ La cámara rota alrededor del objeto.
- ⑥ Eje de rotación Y .
- ⑥ El plano de la imagen es paralelo al eje Y .
- ⑥ Si se usa la proyección ortogonal, la coordenada y es invariante.



Forma a partir de siluetas IV.

- ⑥ θ : ángulo de rotación.
- ⑥ x_0 la proyección del eje Y en el plano de la imagen.
- ⑥ $p(\theta)$ proyección del punto $P(x_w, z_w)$ en el plano de la imagen.
- ⑥ $\omega(\theta) = p(\theta) - x_0$
- ⑥ Dirección de $\overrightarrow{px_0} = (\cos\theta, \sin\theta)$
- ⑥ Dirección de $\overrightarrow{pP} = (-\sin\theta, \cos\theta)$

$$\Rightarrow (x_w, z_w) \cdot (\cos\theta, \sin\theta) = \omega(\theta)$$

Forma a partir de siluetas V.

⊥ superficie en $P(x_w, z_w)$ ⊥ a la ⊥ desde el punto a la imagen \Rightarrow

$$\left(\frac{\partial x_w}{\partial \theta}, \frac{\partial z_w}{\partial \theta}\right) \cdot (\cos\theta, \sin\theta) = 0$$

Derivando respecto a θ :

$$\left(\frac{\partial x_w}{\partial \theta}, \frac{\partial z_w}{\partial \theta}\right)(\cos\theta, \sin\theta) + (x_w, z_w)(-\sin\theta, \cos\theta) = \frac{\partial w(\theta)}{\partial \theta}$$

Combinando las tres ecuaciones anteriores:

$$\begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_w \\ z_w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} w(\theta) \\ \frac{\partial w(\theta)}{\partial \theta} \end{pmatrix}$$

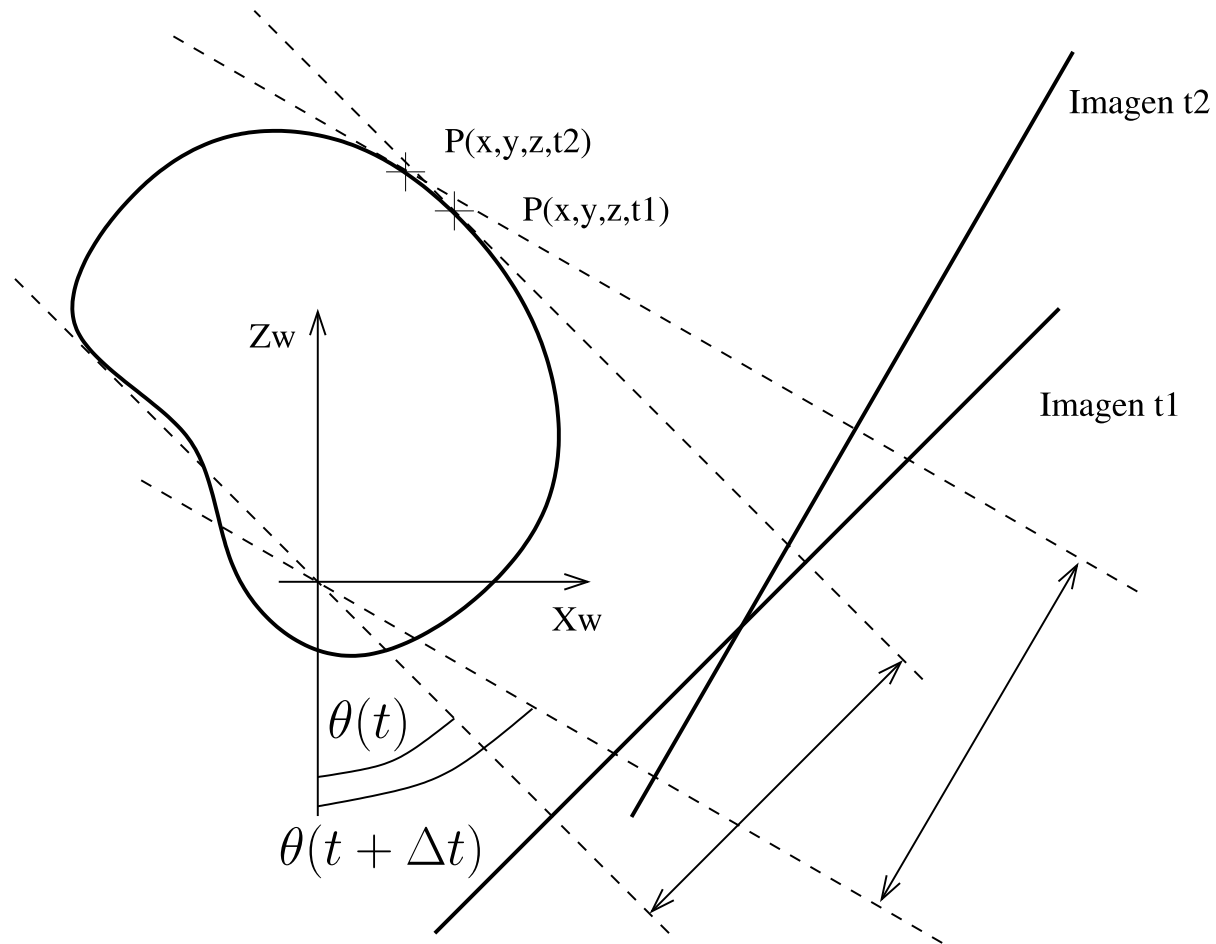
La matriz es ortogonal, luego su traspuesta es su inversa y la solución del sistema es:

$$\begin{pmatrix} x_w \\ z_w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} w(\theta) \\ \frac{\partial w(\theta)}{\partial \theta} \end{pmatrix}$$

$$\text{Distancia a } P(x_w, z_w) = \frac{\partial w(\theta)}{\partial \theta}.$$

Forma a partir de siluetas VI.

Obtención de la derivada de $\omega(\theta)$:



Forma a partir de siluetas VII.

Extensión a proyección en perspectiva:

$$\frac{Df}{\omega y s + f \frac{\partial \omega}{\partial \theta} - f^2 - \omega^2} \begin{pmatrix} \omega \cos \theta - (\omega y s + f \frac{\omega}{\theta} - \omega^2 \sin \theta) \\ \omega \sin \theta - (\omega y s + f \frac{\omega}{\theta} - \omega^2 \cos \theta) \end{pmatrix}$$

Ventajas de “Forma a partir de siluetas”:

- ⑥ Sencillez.
- ⑥ Robustez.

Inconvenientes:

- ⑥ No puede recuperar la forma 3D de objetos cóncavos.

Proporciona el convex hull 3D.

Luz estructurada.

Proyección de un patrón de iluminación conocido.

- ⑥ Recupera estructura 3D con una sola cámara.
- ⑥ Suele usarse Láser por ser luz coherente.

Caso bidimensional:

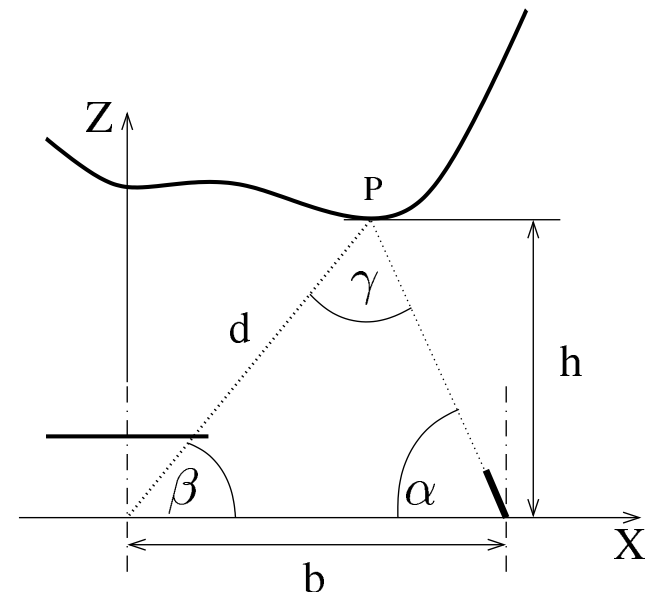
Teorema del seno: $\frac{d}{\text{sen}\alpha} = \frac{b}{\text{sen}\gamma}$

Angulos de un triángulo:

$$\gamma = \pi - \alpha - \beta$$

$$d = b \frac{\text{sen}\alpha}{\text{sen}(\pi - \alpha - \beta)} = b \frac{\text{sen}\alpha}{\text{sen}(\alpha + \beta)}$$

$$P = (d \cos\beta, d \text{sen}\beta).$$



Caso tridimensional.

Teorema de la proyección central:

$$\frac{X}{x} = \frac{Z}{f} = \frac{Y}{y}$$

Triángulos rectos:

$$\tan \alpha = \frac{Z}{b-X}$$

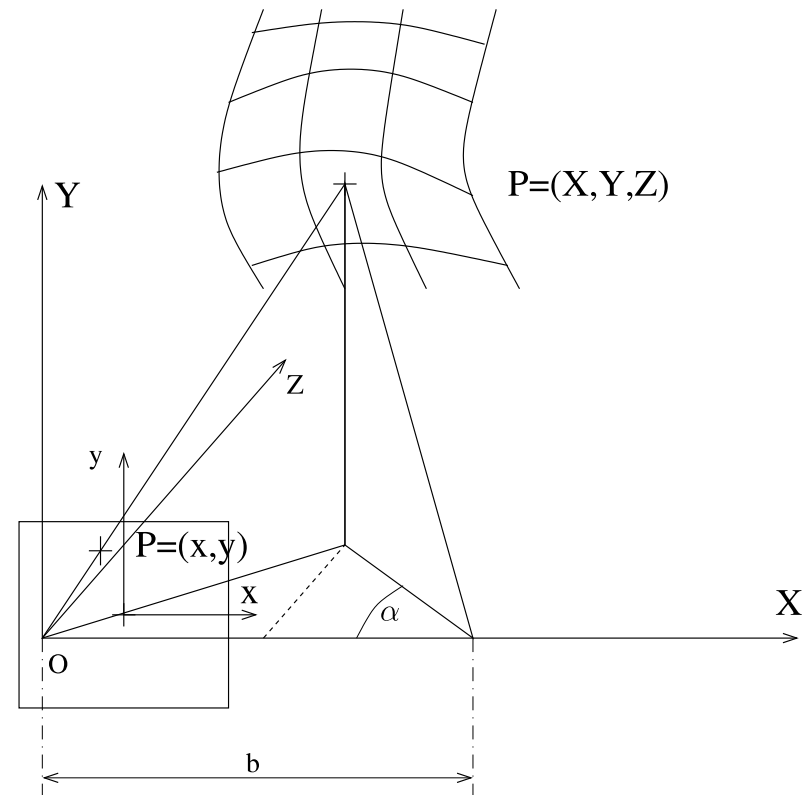
Despejando X :

$$X = \frac{\tan(\alpha)bx}{f+x\tan(\alpha)}$$

Análogamente:

$$Y = \frac{\tan(\alpha)by}{f+x\tan(\alpha)}$$

$$Z = \frac{\tan(\alpha)bf}{f+x\tan(\alpha)}$$



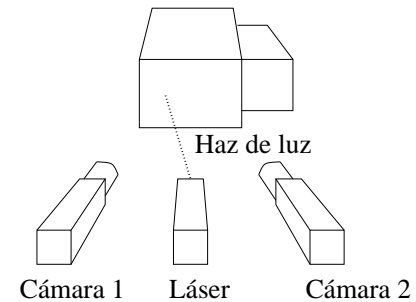
Estéreo y luz estructurada I.



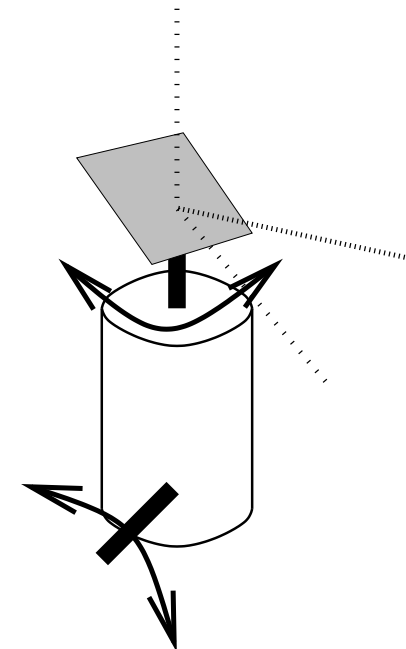
- ⑥ Se proyecta un punto de luz sobre la escena.
- ⑥ Simultáneamente se registra esta mediante un par estéreo
- ⑥ La correspondencia entre imágenes es trivial:
 - △ Sólo es necesario detectar la zona de cada imagen que está iluminada por el haz de luz.
 - △ Poseerá un valor de intensidad de luz característico, mayor que el del resto de la imagen o de freq. característica.
 - △ La diferencia de imágenes iluminadas y no iluminadas, resaltaré todavía más el efecto.

Estéreo y luz estructurada II.

- ⑥ Se necesita una mecánica que mueva la fuente de luz de modo que su haz barra la escena por completo.



- ⑥ Usualmente la mecánica consiste en un espejo que rota alrededor de 2 ejes.



Proyección de un plano de luz I.

La aproximación anterior es conceptualmente sencilla, pero:

- ⑥ Lenta, se necesita barrer toda la escena con un punto.
- ⑥ La mecánica compleja: rotación entorno a dos ejes.

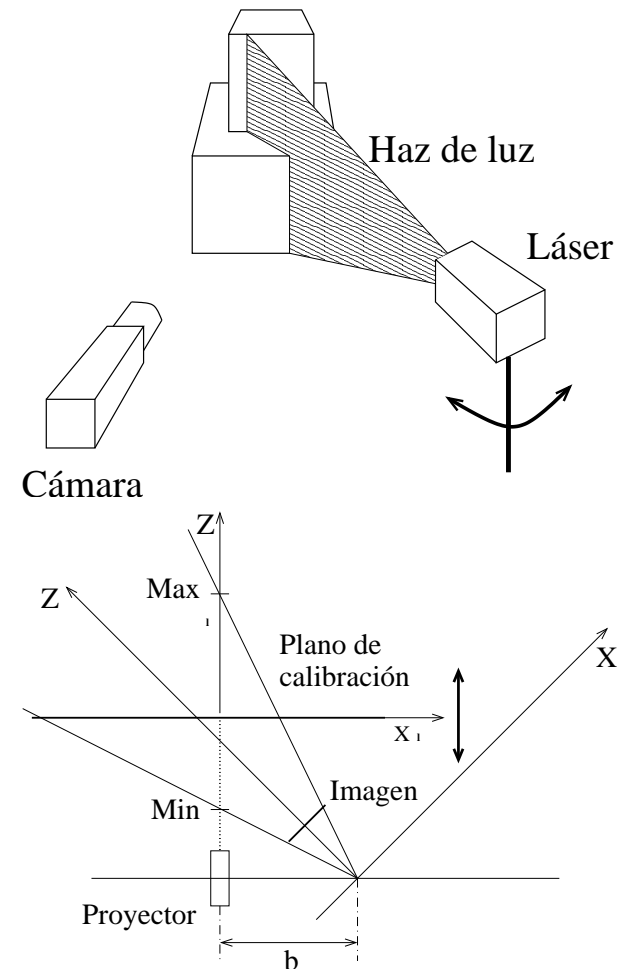
Alternativa más sencilla y rápida:

- ⑥ Proyección de un plano de luz.
- ⑥ Más puntos con una sola imagen.
- ⑥ Mecánica más simple: sólo un eje.
- ⑥ Obtención de un plano de luz: lentes cilíndricas.

Proyección de un plano de luz II.

Calibración de un plano de luz.

- ⑥ Se crea una LUT indexada por la columna de la imagen en donde aparece el perfil iluminado.
- ⑥ En cada elemento se guarda la coordenada Z del plano.
- ⑥ Cámara calibrada mediante alguno de los procedimientos existentes.



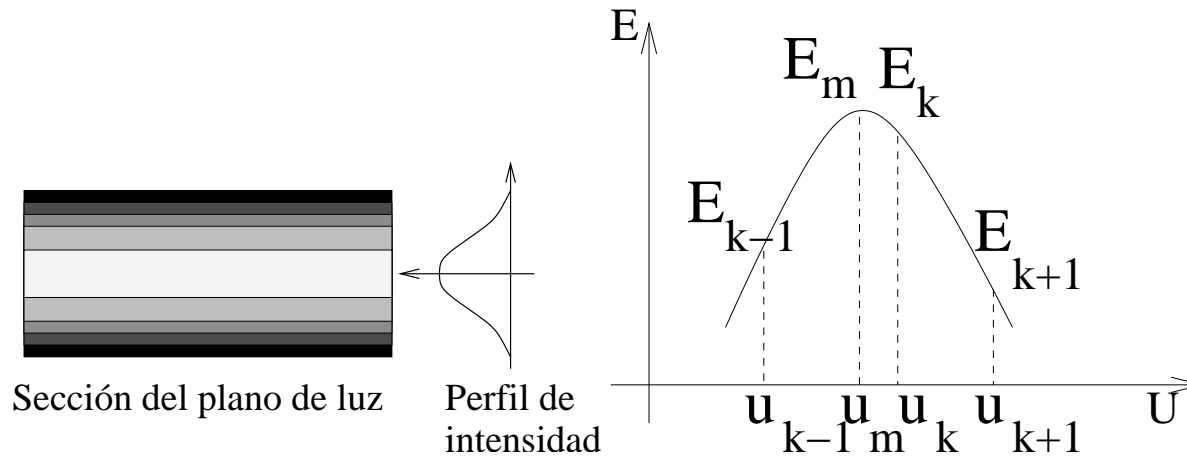
Proyección de un plano de luz III.



Problema: ancho del perfil.

- ⑥ El plano de luz tiene un determinado espesor.
- ⑥ El plano de luz incide de forma oblicua a las superficies del objeto iluminado.
 - △ El ancho de la línea que se registra en la imagen puede variar.
 - △ Necesario por lo tanto estimar de alguna forma el centro de esa línea.
 - △ El perfil del plano de luz es una gaussiana.
 - △ El máximo de esa curva coincide con el centro del plano proyectado.
 - △ Determinar el perfil registrado en la imagen y calcular la posición del máximo, modelo: parábola.

Proyección de un plano de luz IV.



$$E = a u^2 + b u + c$$

$$\begin{pmatrix} E_{k-1} \\ E_k \\ E_{k+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{k-1}^2 & u_{k-1} & 1 \\ u_k^2 & u_k & 1 \\ u_{k+1}^2 & u_{k+1} & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{k-1}^2 & u_{k-1} & 1 \\ u_k^2 & u_k & 1 \\ u_{k+1}^2 & u_{k+1} & 1 \end{pmatrix}^{-1} \times \begin{pmatrix} E_{k-1} \\ E_k \\ E_{k+1} \end{pmatrix}$$

Máximo:

$$u_m = -\frac{b}{2a}$$

Proyección de un patrón estático I.



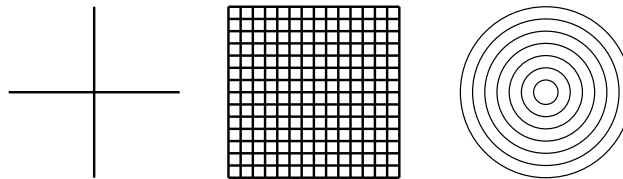
- ⑥ Recuperar la estructura 3D a partir de las deformaciones que sufre.

- ⑥ Ventajas:
 - △ A partir de una sola imagen se recupera la estructura de puntos que no tienen porque estar en el mismo plano de luz.

 - △ Simplicidad mecánica.

Proyección de un patrón estático II.

- ⑥ Inconvenientes: identificar cual de los elementos del patrón luminoso se proyecta en cada uno de los perfiles detectados en la imagen.
- ⑥ El objetivo puede ser determinar la planaridad de una superficie.
- ⑥ Patrones comunes:



Proyección sucesiva de varios patrones estáticos I.



Solución de compromiso entre las dos alternativas anteriores:

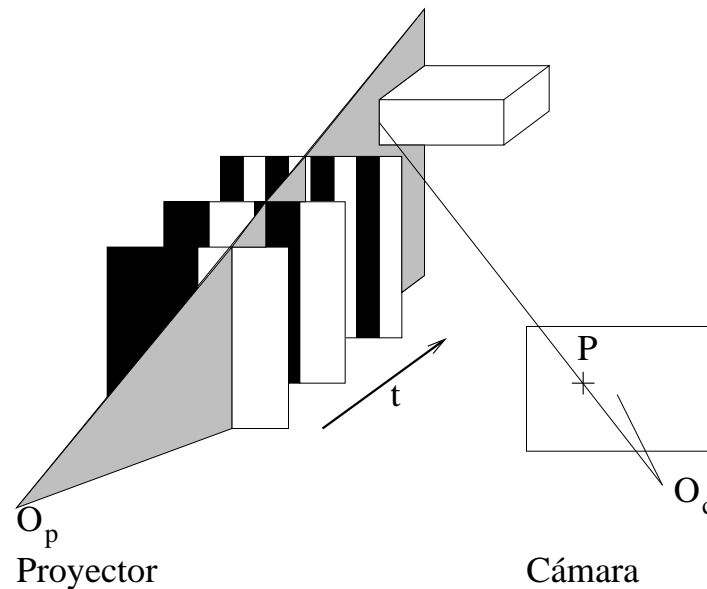
- ⑥ Proyección de un plano de luz:
 - △ Requiere mecanismo adicionales que desplacen el plano.
 - △ Es fácil encontrar el perfil proyectado, es el único presente en la imagen.
 - △ Proceso es lento, es necesario tomar una imagen con el plano de luz en cada posición.

- ⑥ Proyección de un patrón luminoso estático:
 - △ Hace innecesaria la mecánica.
 - △ Implica la identificación de cada línea del patrón en su proyección sobre los objetos de la escena.

Proyección sucesiva de varios patrones estáticos II.

6 Alternativa intermedia:

- △ Sucesiva proyección de diferentes patrones estáticos.
- △ Identificación de cada línea del patrón con su correspondiente en la imagen más fácil.



Proyección sucesiva de varios patrones estáticos II.

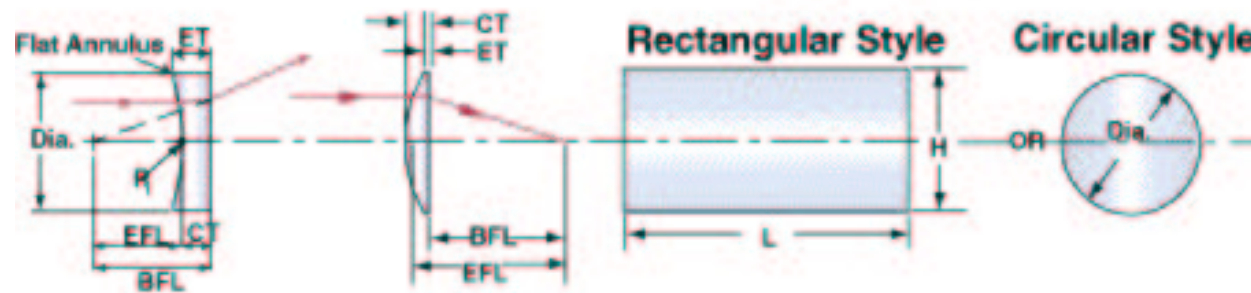


- ⑥ Habitual: proyección de códigos binarios, en particular del código de Gray.
- ⑥ Para la proyección se puede emplear un display LCD transparente.
- ⑥ El control desde el ordenador en el que se implemente el método se simplifica.

Cacharrería I.



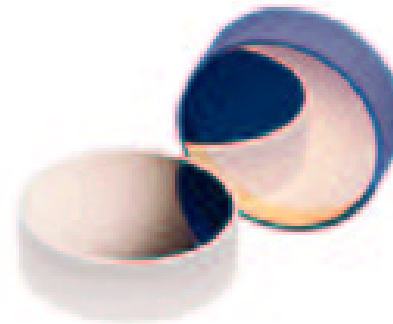
Circular And Rectangular Cylinder Lenses



Lentes cilíndricas:



Espejos:



Cacharrería II.

